

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)

Кафедра общей физики

Осташев В.Б.

Часть VII
Оптика

Конспект лекций

Санкт-Петербург

2024

УДК _____

[Осташев В.Б.](#) «Часть VII. Оптика»: Конспект лекций. СПбГТИ(ТУ).
СПб, 2024,– 119 с.



В лекциях рассмотрены ...,

...
...
...
...
...
...
...
...

Лекции соответствуют следующим компетенциям подготовки специалистов всех направлений: ОК-1, ОК-3, ОК-6, ПК-3, ПК-4, ПК-10.

Рис. __, табл. __, библиогр. 4 назв.

Рецензент:

...

Утверждено на заседании методического Совета _____
_____ факультета СПбГТИ(ТУ).
Протокол № __, «__». _____ .20__ г.

Часть VII. Оптика

Содержание

1. Геометрическая оптика и общие положения	4
2. Интерференция	12
2.1. Условия максимума и минимума	12
2.1.1. Вывод условия максимума и минимума из геометрической разности хода ...	12
2.1.2. Оптическая разность хода	15
2.2. Когерентность	18
2.3. Простейшие примеры наблюдения интерференции	19
2.3.1. Опыт Юнга	19
2.3.2. Бипризма Френеля	24
2.3.3. Другие способы наблюдения интерференции от двух когерентных источников	26
2.4. Интерференция в тонких плёнках, кольца Ньютона	28
2.4.1. Интерференция в тонких плёнках	28
2.4.2. Кольца Ньютона	34
2.5. Интерференционные приборы	37
2.6. Излучение Вавилова-Черенкова	40
3. Дифракция света	45
3.1. Простейшие задачи дифракции	45
3.1.1. Принцип Гюйгенса-Френеля	45
3.1.2. Дифракция Френеля. Метод зон Френеля	47
3.1.3. Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии	52
3.1.4. Зонные пластинки Френеля	53
3.1.5. Дифракция Фраунгофера на щели	56
3.2. Дифракционная решетка	58
3.2.1. Главные максимумы	58
3.2.2. Параметры дифракционной решетки	60
3.3. Понятие о голографии	71
4. Дисперсия света	76
4.1. Дисперсия, как явление	76
4.2. Электромагнитная или элементарная теория дисперсия	79
4.3. Групповая скорость и явление дисперсии	84
5. Поляризация света	88
5.1. Понятие поляризации	88
5.2. Закон Малюса	95
5.3. Поляризация естественного (неполяризованного) света	96
5.4. Частичная поляризация. Степень поляризации	97
5.5. Закон Брюстера	98
5.6. Двойное лучепреломление	105
5.7. Прохождение света через линейные фазовые пластинки. Искусственная оптическая анизотропия	109
5.8. Способы получения поляризованного света	112
5.9. Вращение плоскости поляризации	112
6. Взаимодействие света с веществом	116
6.1. Поглощение света	116
6.2. Светорассеивание	116
6.2.1. Рэлеевское рассеивание	117
6.2.2. Поляризация рассеянного света	118
Литература	119

1. Геометрическая оптика и общие положения

В геометрической оптике будем оперировать понятием «луч».

Df 1. Под лучом будем понимать нормаль к волновому фронту, показывающую направление распространения волны.

В доволновой период развития оптики луч считался траекторией частиц, движение которых, по мнению той науки, и представляло свет. Ни в коем случае не стоит ассоциировать луч с *траекторией фотона* – кванта света. Мы будем понимать под лучом некую математическую абстракцию – распространение бесконечно малого сегмента волны.

Замечание. Для лучей в геометрической оптике справедливо следующие свойство – если направить лучи по тому же пути в обратном направлении, они пройдут точно там же, где и шли в прямом направлении, только двигаясь в обратную сторону. То есть, если мы поменяем на чертеже источник света и точку наблюдения, то нам придётся всего лишь повернуть стрелочки, указывающие направление движения лучей в обратную сторону.

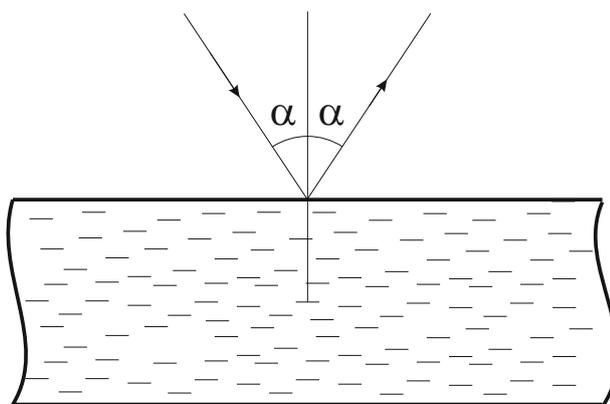


Рисунок 1.1

Закон отражения

Основу *геометрической оптики* составляют следующие законы:

Закон прямолинейного распространения света (в однородной среде). В однородной среде свет распространяется по прямой – *по лучу*.

Закон отражения. Падающий и отраженный луч лежат в одной плоскости с нормалью к поверхности. При этом угол падения и угол преломления равны (*угол α*).

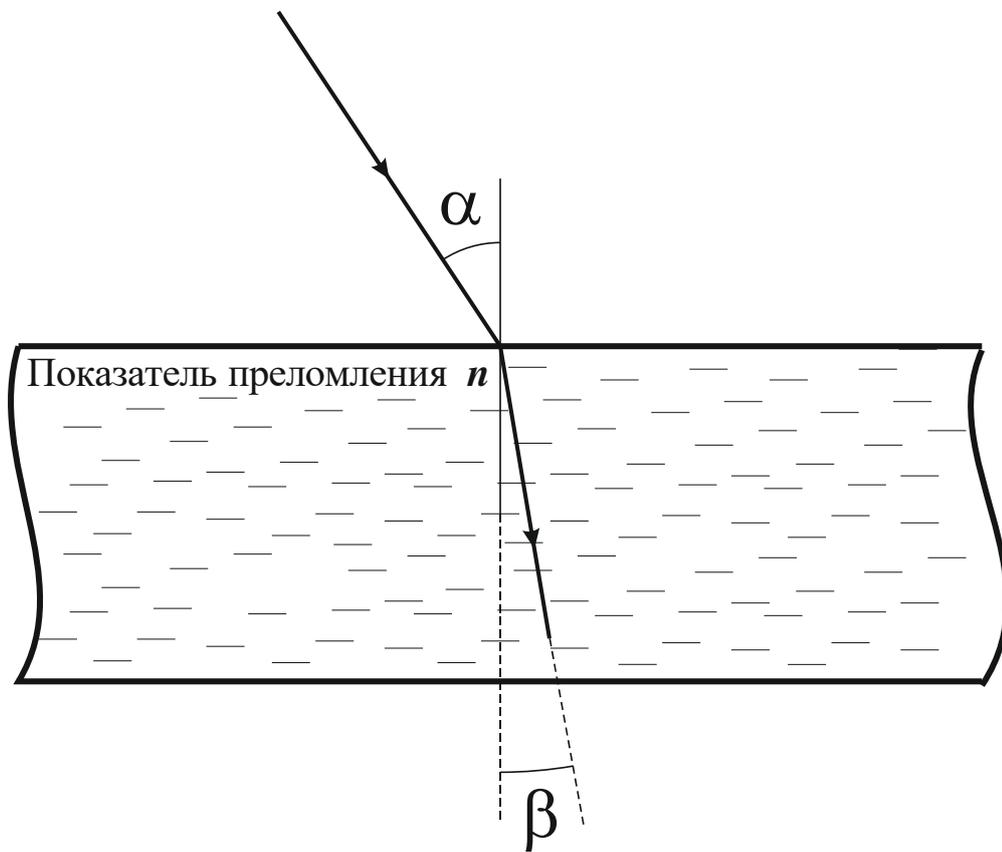


Рисунок 1.2

Закон преломления

Закон преломления. При прохождении луча из воздуха (*вакуума*) в среду отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно абсолютному показателю преломления среды.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = \frac{c}{v_{\phi}}$$

При прохождении луча из одной среды в другую среду отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно относительному показателю преломления среды.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} = \frac{v_{\phi 1}}{v_{\phi 2}}$$

Замечание. Законы отражения и преломления могут быть получены, как следствие поведения векторов \vec{E} и \vec{B} на границе раздела фаз. Также они могут быть получены исходя из свойств распространения света, как волны. Этим способом мы получим закон преломления чуть позже (*раздел «Дисперсия света»*).

Из закона преломления света легко получить закон полного отражения. Пусть свет переходит из некоторой среды с показателем преломления n в воздух. Если преломлённый (*выходящий из среды*) луч будет двигаться параллельно поверхности, преломлённого луча не станет – свет будет полностью отражаться и останется в среде. Такой угол называется *предельным углом полного отражения* $\epsilon_{\text{пр}}$.

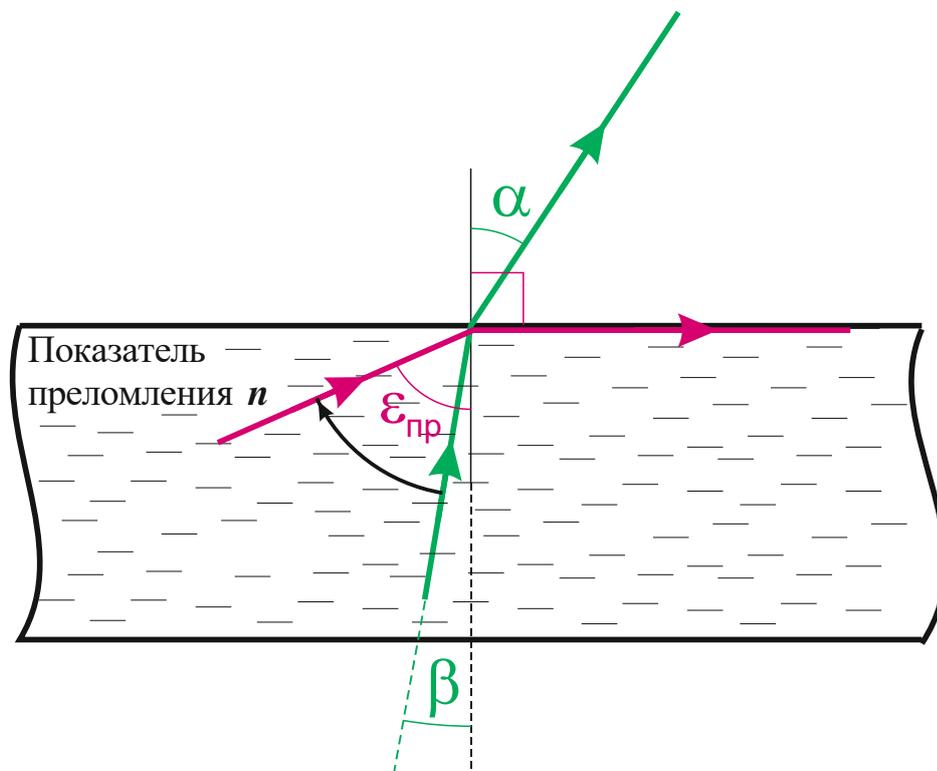


Рисунок 1.3
Предельный угол полного отражения

Тогда имеем:

$$\frac{\overbrace{\sin \frac{\pi}{2}}^1}{\sin \varepsilon_{пр}} = n \Rightarrow \sin \varepsilon_{пр} = \frac{1}{n}.$$

В случае, если полное отражение наблюдается на границе раздела двух сред (свет движется из среды с показателем преломления n_1 в среду с показателем преломления n_2 , при этом $n_2 < n_1$) угол предельного полного отражения будет определяться формулой:

$$\sin \varepsilon_{пр} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Также имеет место **принцип Ферма**. Между двумя точками свет распространяется по пути, для прохождения которого ему требуется меньше всего времени. Ниже мы введём понятие оптического пути L ($L = n \cdot l$). Так вот, из этого принципа следует, что свет будет распространяться по линии, соединяющей две точки, с наименьшим оптическим путём. И, если вспомнить физический смысл оптического пути (будет введён позже), это линия, на котором уложится наименьшее количество длин волн. Из этого принципа можно получить все законы геометрической оптики.

Замечание. Развитием этого принципа являются принцип наименьшего действия в механике и принцип движения по геодезическим в общей теории относительности. Но эти принципы лежат за рамками нашего курса.

Ещё пару слов скажем о *тонкой линзе* и её свойствах.

Df 2. Под тонкой линзой мы будем понимать устройство, собирающее все лучи, идущие параллельно её оси в одну точку. Эту точку мы будем называть *фокусом* линзы. Расстояние от центра линзы до этой точки будем называть *фокусным расстоянием* F .

Df 3. Величина, обратная фокусному расстоянию, называется *оптической силой* линзы.

$$D = \frac{1}{F}$$

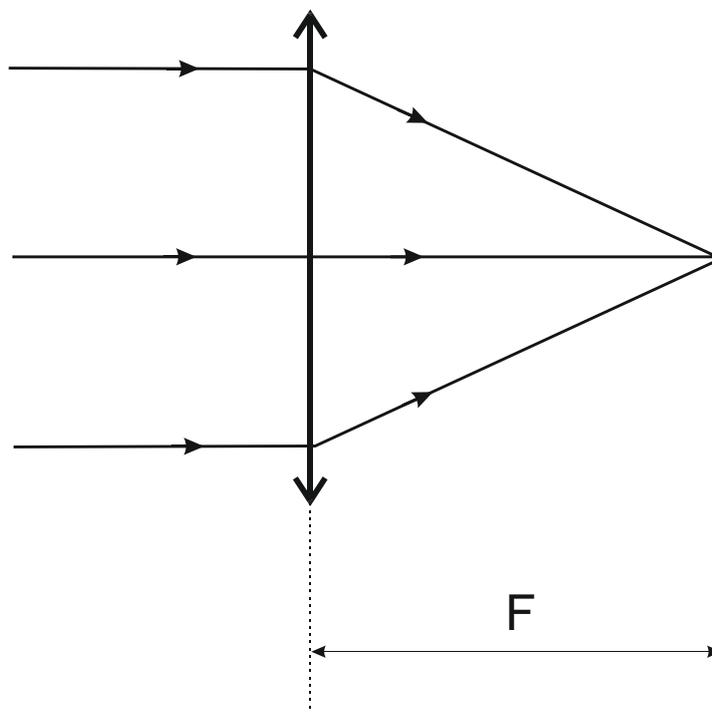


Рисунок 1.4

Собирание линзой параллельных лучей в точке фокуса

И так, собирающая линза собирает лучи, идущие параллельно оптической оси линзы в точке фокуса.

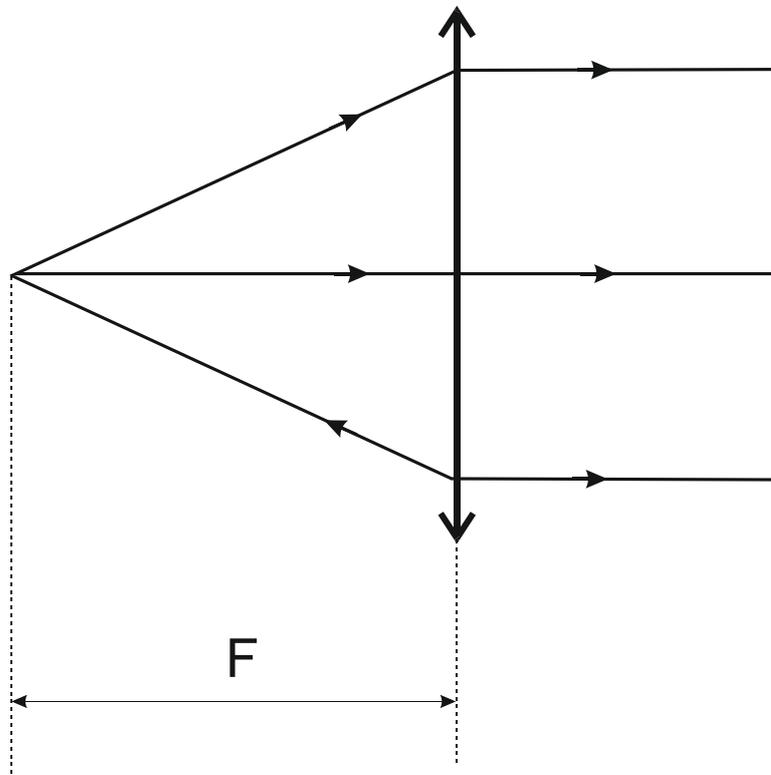


Рисунок 1.5

Преобразование лучей, прошедших через точку фокуса в параллельный пучок

Если следовать принципу обратного хода лучей, то можно показать, что лучи, прошедшие через точку фокуса, преобразуются собирающей линзой в пучок лучей, параллельный оптической оси.

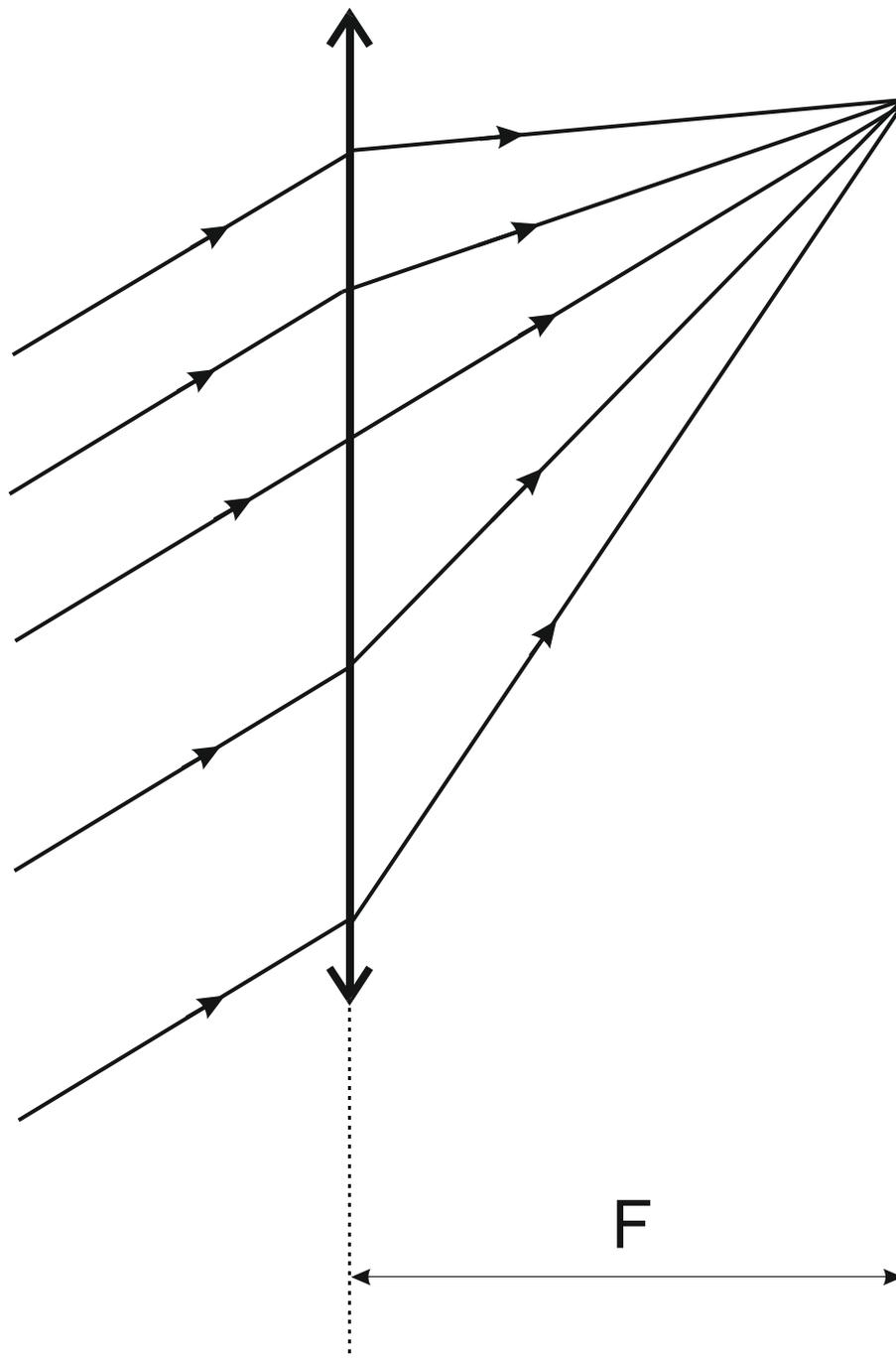


Рисунок 1.6

Собирание параллельных лучей в фокальной плоскости

Все параллельные лучи (лучи, идущие под одним углом к нормали) собираются линзой в одну точку в фокальной плоскости.

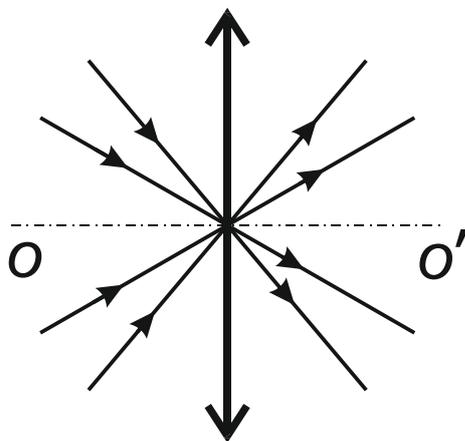


Рисунок 1.7

Лучи, проходящие через центр линзы, не преломляются

Лучи, проходящие через центр линзы, не преломляются, а следуют дальше по прямой.

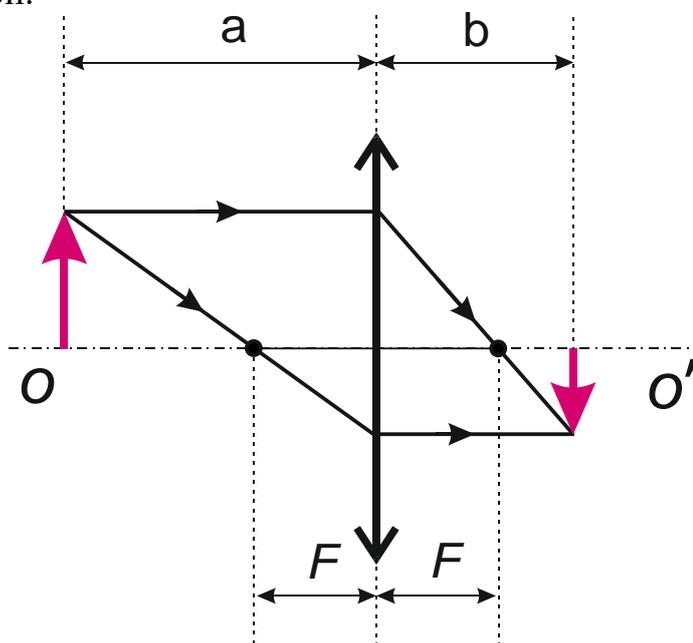


Рисунок 1.8

Построение изображения

Для построения изображения, обычно, рассматривают два луча, идущих от объекта – один проходящий через точку и преобразуемый в луч, идущий параллельно оптической оси, и луч, идущий параллельно оптической оси и преобразуемый в луч, проходящий через точку фокуса. также можно рассмотреть луч, проходящий через центр линзы. Все они соберутся в точке, изображающий исходный объект.

Отсюда формула увеличения тонкой линзы:

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где

a – расстояние от оптического центра линзы до предмета;

b – расстояние от оптического центра линзы до изображения.

Формула тонкой линзы:

$$D = \frac{1}{F} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где

D – оптическая сила линзы;

F – фокусное расстояние линзы;

R_1, R_2 – радиусы сфер, образующих линзу («-» для вогнутой, «+» для выпуклой линз).

В общем случае:

$$\frac{n_0}{f} = (n - n_0) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{(n - n_0)d}{nR_1R_2} \right)$$

2. Интерференция

Df. Интерференция – это сложение (наложение, взаимодействие) двух или более волн [когерентных], приводящее к устойчивой во времени картине локального усиления или ослабления интенсивности волн, т.е. увеличению или уменьшению амплитуды результирующих колебаний.

Слово «Когерентных» (оно взято в скобки), в принципе, здесь лишнее, так как является необходимым и достаточным условием возникновения интерференции. Понятие когерентности следует из определения понятия интерференции.

Замечание 1. Для света интерференция сводится к наблюдению темных и светлых полос, колец, зон при взаимодействии двух или более лучей.

Замечание 2. Интерференция является чисто волновым явлением, но не является явлением, свойственным только свету. Например, можно наблюдать интерференцию звука (к примеру, расширение стереобазы для акустических стереосистем). Однако, для света это явление более наглядно.

Замечание 3. Интерференция не противоречит закону сохранения энергии. Интерференция – есть перераспределение во фронте волны.

Замечание 4. К возникновению интерференции (устойчивой картины усиления или ослабления...) может привести сложение, наложение не любых, а так называемых «когерентных» волн. Когерентность – есть необходимое условие возникновения интерференции. Однако неправильно включать данное утверждение в текст определения. В этом случае определение станет «переопределённым». Определение интерференции является в некотором смысле «аксиоматичным»: если мы где-нибудь в принципе увидим что-либо подобное, мы будем говорить, что это **интерференция**. Таким образом, если мы видим радужные разводы на поверхности мыльной плёнки или полосы на экране при прохождении двух лучей через два различных отверстия мы говорим, что это интерференция. Вопрос о том, что такая картина может возникать при взаимодействии только когерентных лучей **не относится к самому определению**. и это надо понимать.

2.1. Условия максимума и минимума

2.1.1. Вывод условия максимума и минимума из геометрической разности хода

Рассмотрим интерференцию двух волн и выведем условия возникновения минимума и максимума интенсивности (амплитуды колебаний) на упрощенном модельном примере интерференции излучения от двух когерентных источников.

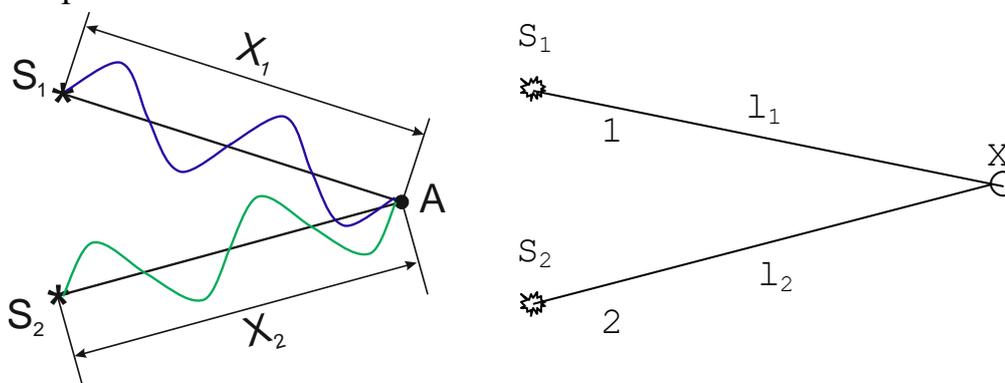


Рисунок 2.1

Интерференция света от двух когерентных источников

Пусть имеются два когерентных источника – S_1 и S_2 , которые посылают лучи 1 и 2 (Рисунок 2.1). Расстояние, которое проходят лучи до точки X соответственно l_1 и l_2 .

Далее мы покажем, что к интерференции может привести сложение не любых, а только когерентных волн. Так же мы покажем, что такими волнами (*для света*) могут являться лишь волны от одного и того же источника, прошедшие при этом различный путь. В противном случае картина не будет «устойчивой во времени» – за счёт изменения ряда параметров фазы «условие минимума» может случайным образом смениться на «условие максимума». Этого можно избежать лишь в одном случае – когда, скажем, при изменении начальной фазы у одного луча, начальная фаза таким же образом изменяется и у второго луча. Таким образом, «по факту» источники S_1 и S_2 есть копии одного и того же источника. То есть, это не разные лампочки, а одна и та же лампочка, свет от которой прошел разное расстояние для экрана. В этом случае при нахождении разности фаз, разность начальных фаз, конечно же, будет равна нулю. И, в принципе, можно, просто, принять равной нулю. Таким образом, при рассмотрении условий **минимума** и **максимума** мы опустим такой параметр, как начальная фаза.

Напомним основные соотношения. Для света, как для электромагнитной волны, (в случае, если её можно считать плоской и монохроматической) уравнение волны будет иметь вид:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \left(\underbrace{\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0}_{\varphi - \text{фаза}} \right), \quad (2.1)$$

где

ω – циклическая частота,

t – время,

\vec{k} – волновой вектор:

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \vec{n} = \frac{c}{\omega} \cdot \vec{n}, \quad (2.2)$$

λ – длина волны:

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega}, \quad (2.3)$$

c – фазовая скорость волны (*скорость света в вакууме*),

T, ν – период и частота колебаний,

\vec{n} – единичная нормаль к волновому фронту,

\vec{r} – радиус вектор точки,

φ, φ_0 – фаза и начальная фаза колебаний.

Рассмотрим сумму (*наложение*) двух этих волн в точке X . Учитывая, что **волны** (*в первом приближении и, в частности для нашего случая, см. определение волны в узком смысле*) являются **распространением колебаний** в пространстве с течением времени, **перейдем к рассмотрению сложения колебаний**, пришедших в точку X вместе с волной 1 и 2 .

Вспомним (*раздел «Сложение колебаний»*), что условие минимума или максимума для сложения двух колебаний одинаковой частоты и одинакового

направления будет следующим образом связана с разностью фаз этих колебаний (рассмотрение сложения колебаний разных частот, как мы видели, не приводит ни к какому результату, результат изменяется со временем; сложение колебаний разных направлений не приведёт к изменению амплитуды):

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \quad (2.4)$$

$$\Delta\varphi = 2\pi t \quad \text{— для максимума,}$$

$$\Delta\varphi = 2\pi t + \pi, t \in \mathbb{Z} \quad \text{— для минимума.}$$

Учтём, также тот факт, что оба луча (*обе волны*) имеют реально один источник (*см. способы получения когерентного излучения в следующем разделе*) и, следовательно, их начальные фазы равны. Разность их начальных фаз есть ноль, ввиду их совпадения. Для простоты примем за ноль начальные фазы того и другого колебаний (*при решении дифф. уравнения как для колебаний так и для волны начальные, начальные фазы определяются начальными условиями; если все они совпадают, мы всегда можем выбрать «момент включения секундомера» — начало отсчёта времени так, чтобы принять начальную фазу за ноль*). Разность фаз для данных колебаний (*и, следовательно, для данных волн*) будет:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \cancel{\omega t} - \frac{2\pi}{\lambda_1} l_1 - \cancel{\omega t} + \frac{2\pi}{\lambda_2} l_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} l_2 - \frac{2\pi}{\lambda_1} l_1 \quad (2.5)$$

Отдельно напомним и отметим, что разность фаз не будет зависеть от времени в том и только том случае, если частота колебаний в обоих лучах одинакова. В противном же случае разность фаз (*а, следовательно, и условие максимума и минимума*) будет меняться со временем.

Пока что (*до конца этого параграфа*) будем считать, что обе длин волны равны, поскольку равны частоты колебаний. Отсюда условия минимума и максимума принимают вид:

$$\frac{\cancel{2\pi}}{\lambda} (l_2 - l_1) = \cancel{2\pi} m \quad \text{— для максимума.}$$

$$\Delta l = m\lambda = (2m) \frac{\lambda}{2}, m \in \mathbb{Z} \quad (2.6)$$

$$\frac{\cancel{2\pi}}{\lambda} (l_2 - l_1) = \cancel{2\pi} \left(m + \frac{1}{2} \right) \quad \text{— для минимума.}$$

$$\Delta l = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, m \notin \mathbb{Z} \quad (2.7)$$

Подчеркнём ещё раз, что, в данном случае, мы считаем, что длина волны у обоих лучей одинакова и под разностью хода понимаем *геометрическую разность хода*. В следующем параграфе мы рассмотрим, что будет в случае, если длина волны у этих лучей может быть различной.

Замечание. Можем посмотреть на полученный нами результата и с другой стороны. Мы уже договорились, что, на самом деле, говоря об

интерференции мы будем всегда говорить об интерференции одного и того же луча с самими собой (подробно об этом мы поговорим в разделе «когерентность») – с двумя частями одного и того же луча, вышедшими из одной точки, но двигавшимися по разным путям. В этом случае оба луча выходят из исходной точки в одинаковой фазе. Следовательно, пройдя одинаковый путь, оба луча встретятся опять-таки в одной фазе. Мы будем иметь максимум. Если один из лучей всё-таки пройдёт расстояние большее, чем второй, но эти расстояния будут отличаться на целое число длин волн, лучи снова придут в одной фазе – на расстоянии в длину волны фаза проворачивается на целый период. В этом случае мы также будем иметь максимум. Однако, если один из лучей пройдёт ещё половинку длины волны, фаза у него сменится на противофазу относительно второго луча. В этом случае вместо сложения, мы будем иметь вычитание – в данной точке будет наблюдаться минимум.

2.1.2. Оптическая разность хода

Различные значения длин волн для волны **1** и **2** мы вынуждены учесть для случая, когда данные волны движутся в разных средах. Поскольку фазовая скорость волны в разных средах может иметь (и имеет на самом деле...) различное значение, отличаться будут и длины волн, связанные с ними соотношением (2.3). Используя данное соотношение и определение показателя преломления, как отношения скорости света в вакууме к фазовой скорости в среде, пересчитаем наши длины волн на длины волн в вакууме.

$$\lambda = v_{\phi} T = \frac{v_{\phi}}{\nu} = \frac{2\pi v_{\phi}}{\omega} \Rightarrow v_{\phi} = \frac{2\pi}{\omega} \lambda.$$

Для вакуума будем считать:

$$\lambda_{\text{вакуума}} \equiv \lambda', v_{\phi.\text{вакуума}} \equiv c \Rightarrow c = \frac{2\pi}{\omega} \lambda'.$$

Тогда имеем:

$$n = \frac{c}{v_{\phi}} = \frac{\left(\frac{\omega}{2\pi} \lambda'\right)}{\left(\frac{\omega}{2\pi} \lambda\right)} = \frac{\lambda'}{\lambda}, \quad (2.8)$$

где **n** – абсолютный показатель преломления, **c** – скорость света в вакууме, **v_φ** – фазовая скорость световой волны в среде, **ω** – циклическая частота, **λ'** – длина световой волны в вакууме, **λ** – длина световой волны в среде.

С учетом (2.8), длины волн для луча **1** и **2** (длины волн в среде **1** и **2**) можно представить, как

$$\lambda_1 = \frac{\lambda}{n_1}, \lambda_2 = \frac{\lambda}{n_2}. \quad (2.9)$$

Тогда выражение (2.5) для разности фаз двух волн примет вид:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi n_2}{\lambda} l_2 - \frac{2\pi n_1}{\lambda} l_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 l_2 - n_1 l_1) = \frac{2\pi}{\lambda} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L \quad (2.10)$$

Здесь мы ввели новые величины:

Df 1: оптический путь

$$L = nl \quad (2.11)$$

– оптический путь есть произведение геометрического пути на абсолютный показатель преломления среды;

и

Df 2: оптическая разность хода

$$\Delta L = L_2 - L_1 \quad (2.12)$$

– оптическая разность хода есть разность оптических путей.

Отметим, что оптический путь и оптическая разность хода (в отличие от геометрической) уже содержит в себе поправку на изменение длины волны в данной среде, позволяя, таким образом, нам оперировать в базовых вычислениях напрямую длинами волн в вакууме, а не длинами волн в данной среде в каждом отдельном случае.

В случае максимума имеем (условие максимума $\Delta\varphi = 2\pi m$):

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = 2\pi m \quad (2.13)$$

$$\Delta L = m\lambda = 2m \frac{\lambda}{2}, m \in \mathbb{Z} \quad (2.14)$$

Условие максимума – оптическая разность хода равняется целому числу длин волн или четному числу полуволен.

В случае минимума имеем (условие минимума $\Delta\varphi = 2\pi m + \pi$):

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = 2\pi m + \pi \quad (2.15)$$

$$\Delta L = m\lambda + \frac{\lambda}{2} = (2m+1) \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda, m \in \mathbb{Z} \quad (2.16)$$

Условие минимума – оптическая разность хода равняется полуцелому числу длин волн или нечетному числу полуволен.

Это и понятно. Если лучи, имевшие одинаковую фазу, прошли расстояние, отличающееся на целое число длин волн (оптическая разность хода), мы имеем максимум интерференции, т.к. фазы снова совпадают. Если же оптическая разность хода составляет целое число длин волн, плюс еще пол длины волны – мы имеем минимум, так как на половине длины волны фаза меняется на противофазу.

В итоге имеем: максимум интерференции наблюдается, если на оптической разности хода укладывается целое число длин волн или четное число полуволен. Минимум интерференции наблюдается, если на оптической разности хода укладывается нецелое число длин волн или нечетное число

полуволн. Здесь под *оптической разностью хода* понимают разность *оптических путей*. Под *оптическим путем* понимают произведение *геометрического пути* на *показатель преломления среды*.

И ещё раз вернёмся к *оптическому пути*. По физическому смыслу это геометрический путь с поправкой на изменение длины волны. Можно ввести альтернативное определение оптического пути:

Df 1`: *оптический путь* – это такое расстояние, на котором уложится столько же длин волн в вакууме, сколько длин волн укладывается на пути луча (на *геометрической длине пути*) в данной среде. См. Рисунок 2.2. В принципе, можно сказать, что *оптический путь* – это тот путь, который пройдёт луч света в вакууме за то же время, что этот луч двигался в рассматриваемой среде. Однако не стоит забывать, что это всего лишь физический смысл. Точное определение было дано в самом начале.



Рисунок 2.2
Оптическая длина пути

В общем виде (в случае, если мы имеем дело с несколькими различными средами или с оптически неоднородной средой) *оптический путь* будет рассчитываться по следующей формуле:

$$L = \sum_{i=1}^N n_i l_i, \text{ если луч проходит в нескольких средах,} \quad (2.17)$$

или, если луч проходит в среде с неоднородным показателем среды:

$$L = \int_L n dl. \quad (2.18)$$

2.2. Когерентность

Как было отмечено выше, к интерференции может привести сложение, наложение не любых двух (*и более*) волн... Необходимым условием наблюдения интерференции является когерентность интерферирующих лучей. Когерентность – это согласованность колебательных процессов в этих лучах.

Из выше сказанного следует, что для когерентности необходимо:

1) *независимость от времени разности фаз $\Delta\varphi \neq \text{var}(t)$. Это условие сводится к:*

a. *условию одинаковых частот $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ обеих волн;*

b. *и постоянной во времени разности начальных фаз $\Delta\varphi_0 = \varphi_{01} - \varphi_{02} = \text{var}(t)$. Последнее условие по причине быстрой смены фаз, когерентность может быть обеспечена только путем деления одного луча на два, при этом начальные фазы становятся равны.*

2) *для поперечных волн (свет, в отличие от звука является поперечной волной) должна быть обеспечена одинаковая или близкие плоскости поляризации, т.е. плоскости колебания \vec{E} в одном и втором луче должны быть параллельны.*

Реально в природе не существует когерентных волн. Однако, вырезав не волновом фронте небольшой участок, и, проводя наблюдения небольшой промежуток времени, мы можем утверждать, что данные условия, тем не менее, выполняются. Для характеристики степени когерентности естественного свету *используют следующие параметры:*

Различают пространственную и временную когерентность.

Временная когерентность характеризуется *временем когерентности.*

Время когерентности – время, за которое спонтанное изменение фазы $\Delta\varphi$ достигает порядка π . Второй характеристикой временной когерентности является *длина когерентности l :*

$$l_{\text{ког}} = ct_{\text{ког}} \quad (2.19)$$

Длина когерентности определяется длиной цуга.

$$\tau \approx 10^{-8} \text{ с}$$

$$l_{\text{ког}} \approx 1 - 3 \text{ метра}$$

$$l_{\text{ког. лазера}} \approx 5 \text{ метров}$$

Пространственная когерентность характеризуется *радиусом когерентности.* **Радиус когерентности** – расстояние по псевдодолновому фронту, на котором спонтанное изменение фазы $\Delta\varphi$ достигает порядка π .

ρ – радиус когерентности

$$\rho \approx 0,05 \text{ мм.}$$

Псевдодолновой фронт – поверхность, которая являлась бы волновым фронтом в случае, если источник волны был бы монохроматичным. Напомним, волновой фронт – геометрическое место точек, колебания волны в

которых происходит в одной фазе. Теперь рассмотрим свет от обыкновенной лампочки. Её излучение не монохроматично. Но, если принять данную лампочку за точечный источник (*очень маленькую, по сравнению с размерами эксперимента...*) и предположить, что её свет имеет одну точно заданную длину волны, то волна от такого источника была бы *сферической*. Таким образом, даже в случае, если *наша лампочка* не является идеальным источником волн, *псевдодолновой фронт* будет представлять собой *сферу*.

2.3. Простейшие примеры наблюдения интерференции

2.3.1. Опыт Юнга

Самым простым опытом по наблюдению интерференции является опыт Юнга – интерференция излучения от двух когерентных источников (см. рис. ...). С точки зрения постановки опыта, эксперимент удивительно прост. Имеется один источник излучения (*не когерентный, самый обыкновенный*), светофильтр, щелевая диафрагма, за ней, на некотором расстоянии, система из двух щелевых диафрагм (см. рис. ...). Пройдя светофильтр, излучение становится в значительной степени монохроматичным, однако ещё не когерентным. Поперечный размер щели первой диафрагмы должен быть меньше радиуса когерентности. Именно она и является тем единственным когерентным источником, излучение от которого мы делим на два луча. Следующие две щелевые диафрагмы – два наших когерентных источника, интерференцию от которых мы будем рассматривать.

На практика (*в домашних условиях* 😊) можем взять лампу или свечу, цветное стекло в качестве светофильтра и два прозрачных, закопченных стекла. На первом процарапаем иглой одну прозрачную полоску, на другом – две. Опыт готов.

Теперь выясним, какую интерференционную картину можно будет наблюдать на экране в результате интерференции света от двух когерентных источников. Для простоты дальнейших рассуждений, будем считать, что движение всех лучей проходит в одной и той же среде с коэффициентом преломления n . Таким образом, будем оперировать не геометрическими расстояниями, а напрямую – оптическими путями L ($L = nl$). В практической части работы показатель преломления среды будет, в нашем случае. Показателем преломления воздуха и практически равным 1.

Рассмотрим два когерентных источника S_1 и S_2 , находящихся на расстоянии d друг от друга. Интерференционная картина наблюдается на экране, отстоящем от обоих источников на расстояние L (Рисунок 2.3).

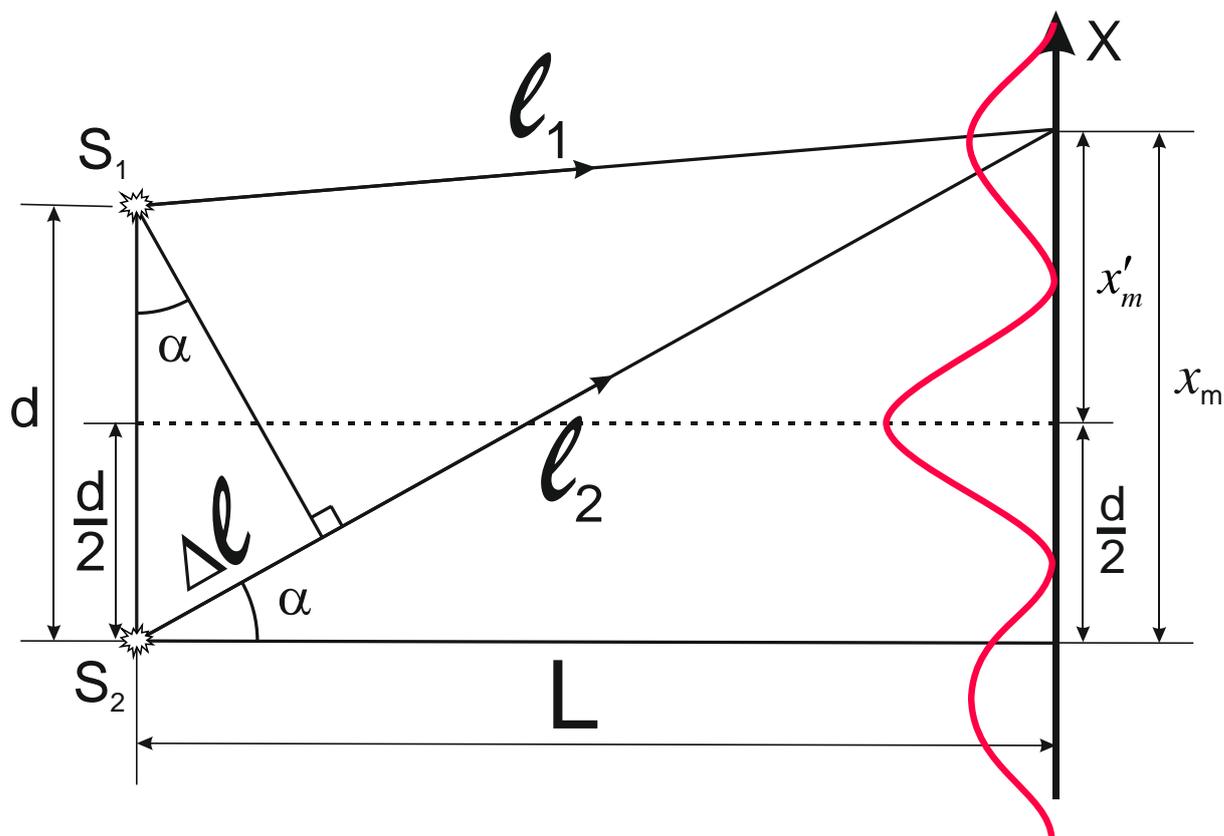


Рисунок 2.3

Расчёт расстояния между интерференционными максимумами в опыте Юнга

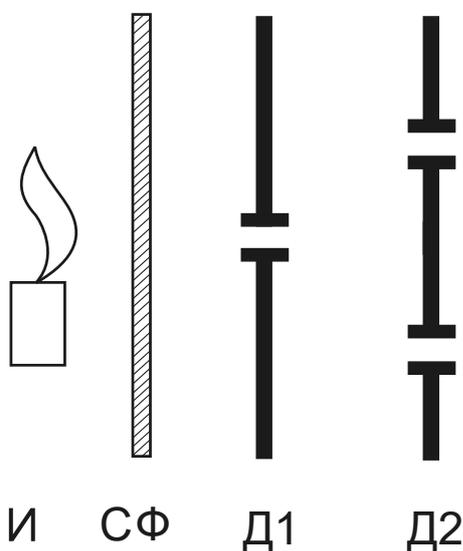


Рисунок 2.4

Опыт Юнга – постановка эксперимента

Рассмотрим m -тый интерференционный максимум (максимум, соответствующий условию $\Delta l = m\lambda$). Для протяженных (линейных) источников максимумы будут представлять собой полосы на экране. Рассматриваемому нами максимуму на экране будет соответствовать m -ая по

счету полоса (не считая центральной). Определим оптическую разность хода между лучами Δl . Приблизительно ее можно посчитать, как показано на рисунке (считая лучи достаточно протяженными). Тогда:

$$\Delta l = d \cdot \sin(\alpha). \quad (2.20)$$

Ввиду малости угла α

$$\sin(\alpha) \approx \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{x_m}{L}. \quad (2.21)$$

Заметим, оба угла α равны, как угла между перпендикулярными прямыми (в геометрии существует такая теорема).

Тогда

$$\Delta l = d \cdot \sin(\alpha) = d \cdot \frac{x_m}{L} = \frac{x_m d}{L} \quad (2.22)$$

Подставим условие m -ого максимума в это выражение и получим из него значение координаты y_m для m -ого максимума.

$$m\lambda = \frac{x_m d}{L}, \quad (2.23)$$

$$x_m = \frac{m\lambda L}{d} \quad (2.24)$$

Из формулы (2.24) видно, что координата полосы на экране линейно зависит от номера максимума. Таким образом, все полосы на экране будут отстоять друг от друга на равные расстояния. Найдем расстояние между двумя соседними полосами ($m+1$ -ой и m -ой):

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{(m+1)\lambda L}{d} - \frac{m\lambda L}{d} = \frac{\cancel{m}\lambda L}{d} + \frac{\lambda L}{d} - \frac{\cancel{m}\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d}$$

Итого, имеем – расстояние между двумя соседними полосами на экране (оно же *ширина интерференционной полосы*) будет равно

$$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda \quad (2.25)$$

Замечание. В этом выводе мы, правда, получаем, что центральный интерференционный максимум (*нулевой, $m=0$*) будет смещён вниз и расположен на перпендикуляре к источнику S_2 . На самом же деле, он, конечно, расположен на перпендикуляре к середине отрезка, соединяющего источники S_1 и S_2 . Это следствие того, что мы немного неправильно выбрали разность хода Δl . Обратите внимание, она не будет равна 0, если оба отрезок от двух источников провести к точке, находящейся на равном рассеянии от них – Рисунок 2.5. Однако этот сдвиг центрального максимума совершенно не влияет на величину ширины полосы, поскольку эта добавка к разности хода, фактически является константой и не зависит от угла.

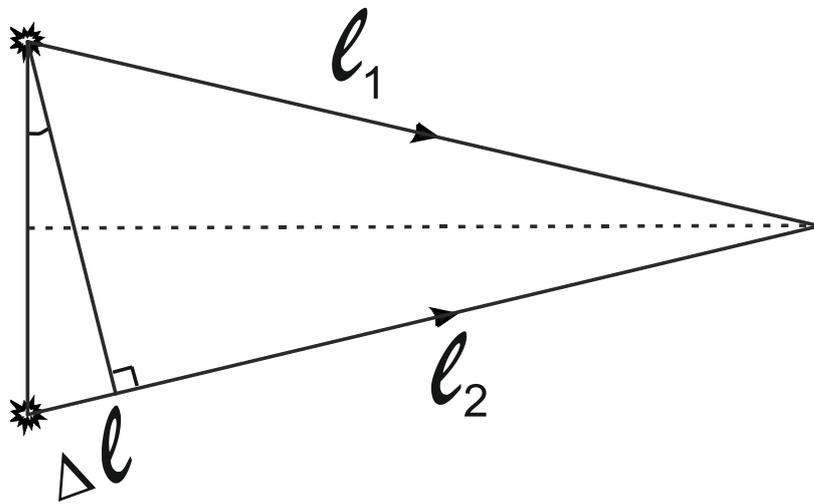


Рисунок 2.5

Разность хода Δl для перпендикулярных лучей, в том случае, когда она должна быть равна 0.

Можно привести другое доказательство этой же формулы, где точку центрального максимума мы будем искать в нужном месте, посередине отрезка между перпендикулярами к источникам. Но, обратите внимание, в этом доказательстве углы α уже не равны, поскольку не являются углами между перпендикулярами. Они *близки по величине*, однако это утверждение требует доказательства! Мы его не приводим. И вообще, этот вывод более сложный и «навороченный», хотя в его основе лежат абсолютно те же утверждения и соотношения.

Если быть точным, приближённая подстановка $\sin \alpha = \text{tg } \alpha$ (которая делается и в этом доказательстве) справедлива для построения в предыдущем доказательстве и несправедлива здесь. Таким образом, мы просто «за уши притягиваем» сдвиг начала координат на $d/2$ (чтобы координаты 0-ого максимума совпали с его реальным положением). Но тем не менее, извольте! Приводим и этот вывод:

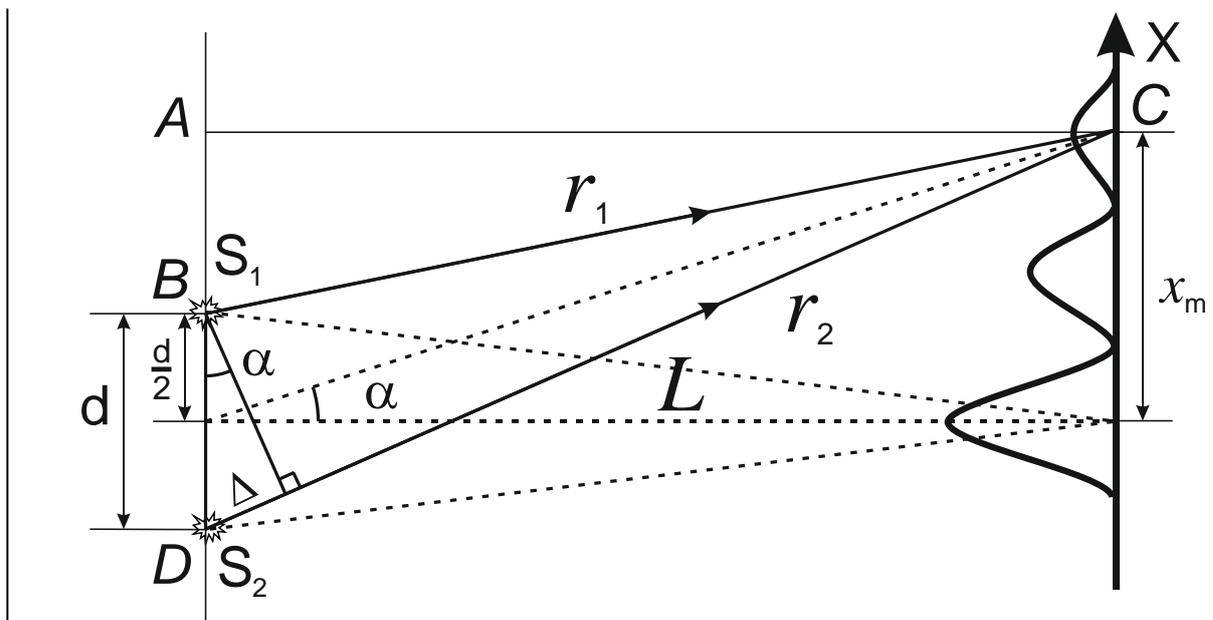


Рисунок 2.6

Опыт Юнга, вывод – вариант 2

Для определения ширины интерференционной полосы обратимся снова к Рисунок 2.6. Плоскость экрана параллельна плоскости, в которой лежат источники. Предполагается, что расстояние между источниками d и линейные размеры экрана малы по сравнению с расстоянием от источника до экрана. Интерференционные полосы на экране будут прямолинейны и перпендикулярны к линии, соединяющей источники S_1 и S_2 . Начало координат поместим в точке O на экране, ось X направим параллельно линии источников S_1S_2 . Пусть x – координата точки C . Применим теорему Пифагора для треугольников ABC и ADC .

$$r^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2$$

$$r^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2$$

Вычитая из второго выражения первое, получим

$$r_2^2 - r_1^2 = 2xd$$

следовательно

$$(r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = 2xd$$

$$r_2 - r_1 = \frac{2xd}{r_2 + r_1}$$

Так как $x \ll L$, то можно без существенной ошибки заменить r_1+r_2 на $2L$. В данном случае r_2-r_1 – это и есть оптическая разность хода. Тогда получим

$$r_2 - r_1 = \frac{2xd}{2L}$$

$$r_2 - r_1 = \frac{xd}{L}$$

Условия (2.6) дают нам координаты x_m максимумов порядка m :

$$m\lambda = \frac{x_m d}{L}$$

$$x_m = \frac{m\lambda L}{d}$$

где x_m – координаты m -ого максимума,
 m – целое число,
 λ – длина волны в вакууме,
 L – расстояние от источников света до экрана,
 d – расстояние между источниками света.

Ширина интерференционной полосы

$$\Delta y = x_{m+1} - x_m = \frac{L}{d} \lambda$$

где Δy – ширина полосы,
 λ – длина волны в вакууме,
 L – расстояние от источников света до экрана,
 d – расстояние между источниками света.

2.3.2. Бипризма Френеля

Вторым, наиболее простым способом наблюдения интерференционной картины является Бипризма Френеля.

Бипризма представляет собой изготовленные из одного куска стекла две призмы, имеющие одну общую грань (Рисунок 2.4). Параллельно этой грани располагается прямолинейный источник света S . Идущая из него световая волна раздваивается в результате преломления в верхней и нижней половинах бипризмы.

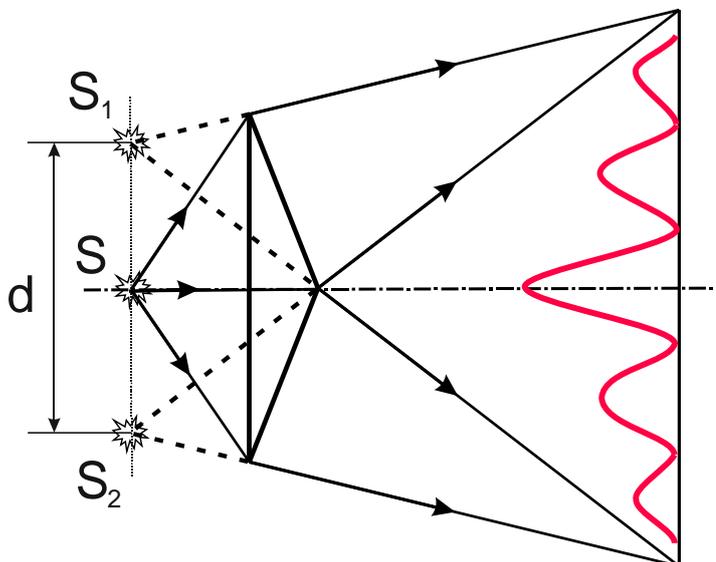


Рисунок 2.7
Ход лучей в бипризме Френеля

За бипризмой распространяются две когерентные волны, соответствующие мнимым изображениям S_1 и S_2 источника S . Для обеспечения малости расстояния d между мнимыми источниками и, следовательно, достаточной ширины интерференционных полос преломляющие углы призмы делаются очень малыми.

Если в опыте Юнга расстояние между когерентными источниками «можно измерить линейкой» – оно поддается прямому измерению, то в опыте с бипризмой всё несколько усложняется. Источники являются мнимыми и расстояние между ними нельзя изменить напрямую. Провести измерение расстояния d можно следующим образом. Между бипризмой и экраном, на котором наблюдается интерференционная картина, помещают вспомогательную собирающую линзу. Если расстояние l между мнимыми источниками света S_1 и S_2 и экраном больше учетверенного фокусного расстояния линзы, то всегда найдутся два таких

положения линзы, при которых на экране получаются отчетливые увеличенное и уменьшенное изображения источников. Первому случаю соответствует Рисунок 2.8, второму – Рисунок 2.9.

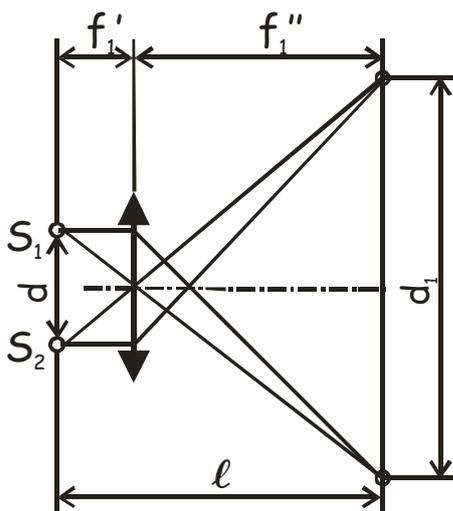


Рисунок 2.8
Бипризма Френеля – большой фокус

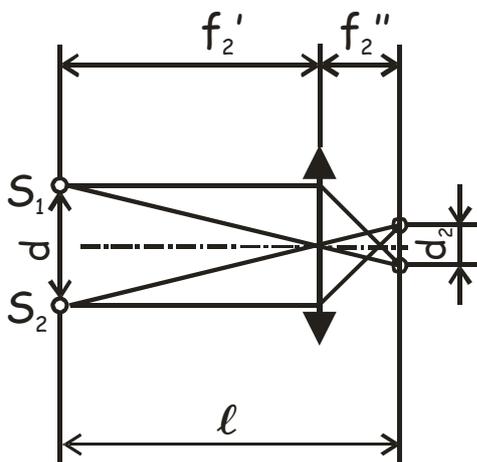


Рисунок 2.9
Бипризма Френеля – малый фокус

Расстояние между изображениями на экране в первом случае обозначено через d_1 , а во втором – d_2 . Расстояния от источников до линзы f_1' и f_2' , а от линзы до изображения – f_1'' и f_2'' .

В первом случае

$$d/d_1 = f_1'/f_1'',$$

а во втором

$$d/d_2 = f_2'/f_2''.$$

Перемножая левые и правые части последних равенств, получим

$$d^2/(d_1 d_2) = (f_1' f_2') / (f_1'' f_2'') \quad (2.26)$$

Так как оба положения линзы симметричны относительно середины расстояния между источниками и их изображениями, то $f_1' = f_2''$ и $f_1'' = f_2'$.

Тогда имеем

$$\frac{d^2}{(d_1 d_2)} = \frac{(f_1' f_2')}{(f_1'' f_2'')} = 1 \Rightarrow d^2 = d_1 d_2.$$

И окончательно получаем расстояние между мнимыми источниками:

$$d = \sqrt{d_1 d_2} \quad (2.27)$$

Теперь используем уже известную формулу для опыта Юнга. В случае рассмотрения интерференции излучения от двух когерентных источников задача ничем не отличается. Тот факт, что в данном случае источники являются мнимыми, не играет никакой роли, если мы знаем расстояние между ними.

Подстановка выражения для d в формулу (2.25) дает:

$$\Delta y = \frac{L}{d} \lambda = \frac{L}{\sqrt{d_1 d_2}} \lambda \Rightarrow \lambda = \Delta y \frac{\sqrt{d_1 d_2}}{L}$$

$$\lambda = \Delta y \frac{\sqrt{d_1 d_2}}{L} \quad (2.28)$$

Формула (2.28) позволяет вычислить длину световой волны, если определены $d_1 d_2$ и Δy .

2.3.3. Другие способы наблюдения интерференции от двух когерентных источников

Абсолютно тождественным опыту с бипризмой Френеля является эксперимент с **зеркалами Френеля** (Рисунок 2.10). Это – два зеркала, соединённых (*склеенных*) под очень большим углом. Два мнимых источника возникают за счёт отражения света от одного и второго зеркала вблизи линии соединения. В остальном, с точки зрения результата и математики, опыт полностью повторяет опыт с бипризмой. За тем лишь исключением, что в нём наблюдение ведётся не в преломлённом, а в отражённом свете. Мы не будем приводить ни схему опыта, ни повторять вывод форму, считая, что всё это вполне очевидно.

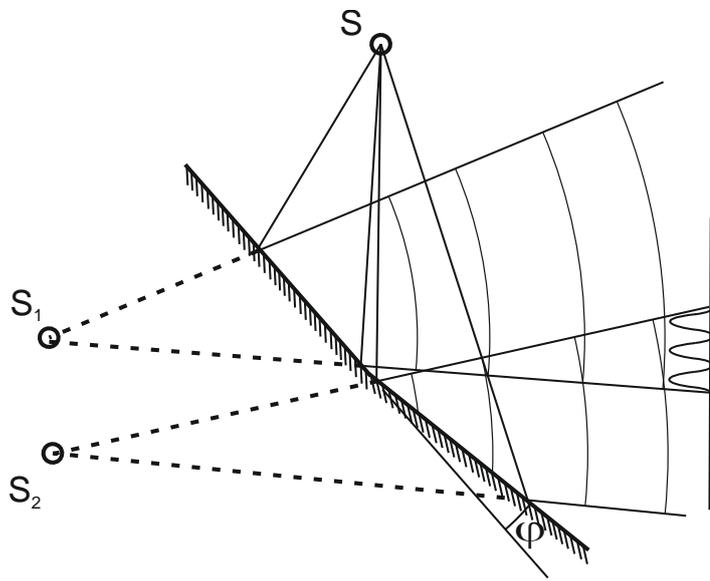


Рисунок 2.10
Зеркала Френеля

Ещё одним опытом является *зеркало Ллойда*. Здесь один мнимый источник возникает за счёт отражения в зеркале реального источника. В данном случае расстояние между когерентными источниками d будет в два раза больше, чем расстояние от источника до зеркала a :

$$d = 2a,$$

$$\Delta y = \frac{L}{d} \lambda = \frac{L}{2a} \lambda.$$

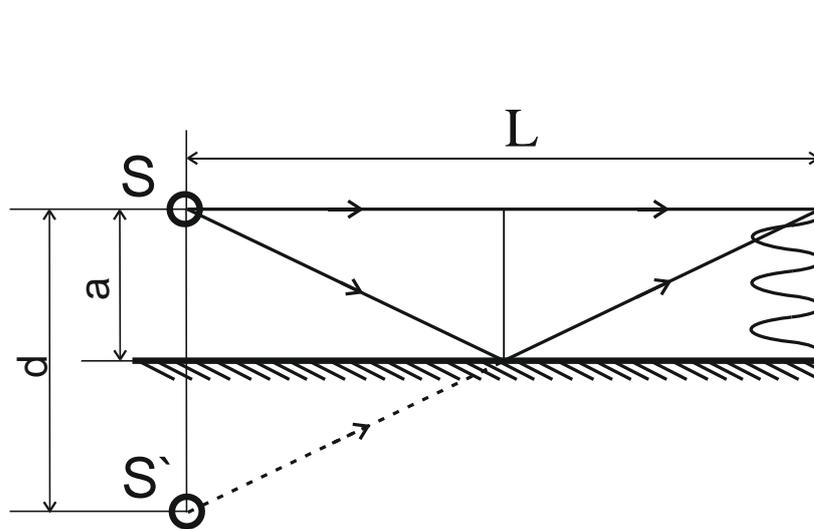


Рисунок 2.11
Зеркало Ллойда

На самом деле, здесь ещё нужно учесть, что при отражении от зеркала (от более оптически плотной среды) произойдёт перескок фазы на противофазу (об этом мы поговорим чуть ниже). При этом максимумы и минимумы поменяются местами. Однако ширина интерференционной полосы останется прежней.

2.4. Интерференция в тонких плёнках, кольца Ньютона

2.4.1. Интерференция в тонких плёнках

При прохождении света через тонкие прозрачные пленки (толщина порядка длины волны света λ) или пластинки (толщина больше λ) и отражения от их поверхностей возникают когерентные световые волны.

Пусть на находящуюся в воздухе (вакууме, с показателем преломления 1) плоскопараллельную пластину с показателем преломления n (Рисунок 2.12) падает плоская монохроматическая волна, часть фронта которой в некоторый момент времени занимает положение AD . Эту волну можно рассмотреть, как параллельный пучок лучей $1, 2$, падающий на пластину под углом α и преломляющихся под углом β . Лучи испытывают частичное отражение на верхней и нижней поверхностях пластины, в результате чего в отраженном свете образуются лучи $1', 2'$, а в проходящем $1'', 2''$.

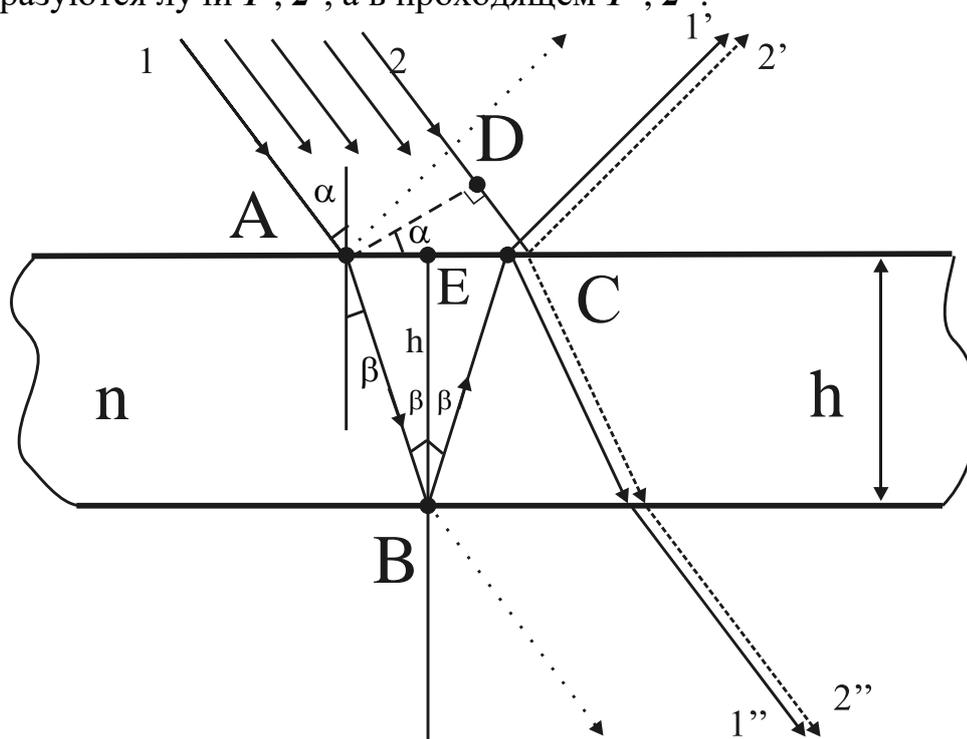


Рисунок 2.12

Интерференция в тонкой плёнке – ход лучей

Упрощённый вариант рассмотрения задачи. (Это минимум для ответа хотя на какую-нибудь оценку ☺). Рассмотрим случай перпендикулярного падения лучей. Геометрическая разность хода составит две толщины пластинки: $2h$. Тогда оптическая разность хода в этом же случае будет равна: $\Delta L = 2nh$. С учётом условий минимума и максимума (максимум $\Delta L = 2m(\lambda/2)$, минимум $\Delta L = (2m+1)(\lambda/2)$, $m \in \mathbb{N}$) и перескока фазы на 2π для отражённого (в случае отражения луча от границы раздела фаз менее оптически плотная – более оптически плотная фаза меняется на противофазу – в этой точке имеем пучность, что соответствует прохождению дополнительно $\lambda/2$) луча окончательно имеем:

максимум в отражённом свете или минимум в проходящем

$$2nh = (2m - 1) \lambda / 2,$$

а минимум в отражённом и максимум в проходящем

$$2nh = 2m \lambda / 2.$$

Далее рассмотрим задачу последовательно (и более точно).

Оптическая разность хода ΔL для лучей $1'$ и $2'$ равна разности длин оптических путей лучей 1 и 2 до точки C :

$$\begin{aligned} \Delta L &= n \left(\underbrace{AB + BC}_{AB=BC \Rightarrow AB+BC=2AB} \right) - \underbrace{CD}_{CD=AC \sin \alpha} = 2n AB - \underbrace{AC}_{AC=2AE} \sin \alpha = \\ &= 2n \underbrace{AB}_{h=AB \cos \beta \Rightarrow AB=h/\cos \beta} - 2 \underbrace{AE}_{AE=h \operatorname{tg} \beta} \sin \alpha = \\ &= 2nh / \cos \beta - 2h \operatorname{tg} \beta \underbrace{\sin \alpha}_{n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = n \sin \beta} = 2nh / \cos \beta - 2h \operatorname{tg} \beta \cdot n \sin \beta = \\ &= 2nh \left(\frac{1}{\cos \beta} - \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \cdot \sin \beta \right) = 2nh \left(\frac{\overbrace{1 - \sin^2 \beta}^{\cos^2 \beta}}{\cos \beta} \right) = 2hn \frac{\cos^2 \beta}{\cancel{\cos \beta}} = \\ &= 2nh \cos \beta = 2h \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

Если использовать материал, полученный в предыдущих разделах, мы можем сократить вычисления. Вспомним условия минимума и максимума при интерференции: максимум $\Delta L = 2m(\lambda/2)$, минимум $\Delta L = (2m+1)(\lambda/2)$, $m \in \mathbb{N}$ (см. условие максимума и минимума при интерференции). В этом случае искомые выражения получатся сразу, приравнявая найденную оптическую разность хода данным условиям минимума и максимума, так же не забывая о перескоке фазы на 2π для отражённого луча:

Максимум в интерференционной картине в отражённом свете (и минимум в проходящем):

$$2h \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2m - 1) \lambda / 2 \quad (2.29)$$

Минимум в отражённом (и максимум в проходящем), если четному:

$$2h \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2m) \lambda / 2 \quad (2.30)$$

Доказательство перехода от угла падения α к углу преломления β будет приведено чуть ниже:

$$n \cos \beta = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (2.31)$$

Правда, обычно эти соотношения приводятся в виде предпоследнего выражения, полученного ими в ходе преобразований для оптической разности хода – вместо выражения $\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$ принято использовать выражение $n \cos \beta$.

И так, окончательно имеем:

– **максимум** в **отражённом** свете или **минимум** в **проходящем** свете:

$$2nh \cos \beta = (2m - 1) \lambda / 2, \quad (2.32)$$

– **минимум** в **отражённом** свете или **максимум** в **проходящем** свете:

$$2nh \cos \beta = 2m \lambda / 2. \quad (2.33)$$

В случае полномасштабного рассмотрения задачи, для получения разности фаз $\Delta\varphi$ для проходящих лучей надо умножить ΔL на волновое число $k=2\pi/\lambda$, а для отражённых прибавить скачек фазы, равный π , возникающий при отражении от верхней поверхности пластинки, как от оптически более плотной среды (*при отражении света от границы раздела фаз менее оптически плотная – более оптически плотная в точке отражения наблюдается пучность и, следовательно, фаза скачкообразно меняется на противофазу*):

$$\Delta\varphi = 2\pi/\lambda \cdot \Delta L + \pi \text{ – в отраженном свете,}$$

$$\Delta\varphi = 2\pi/\lambda \cdot \Delta L \text{ – в проходящем свете.}$$

Условием максимума в отраженном свете будет выполнение равенства $\Delta\varphi=0+m \cdot 2\pi$, где m – целое число, а минимума – $\Delta\varphi=\pi+m \cdot 2\pi$. Следовательно, максимум в интерференционной картине в отражённом свете (*и минимум в проходящем*) будет в том случае, если разность хода интерференционных лучей равна начётному числу полуволен:

$$2\cancel{\lambda}/\lambda \cdot 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \cancel{\lambda} = m \cdot 2\cancel{\lambda},$$

$$2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2m - 1) \lambda / 2.$$

а минимум в отражённом (*и максимум в проходящем*), если четному:

$$2\cancel{\lambda}/\lambda \cdot 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \cancel{\lambda} = \cancel{\lambda} + m \cdot 2\cancel{\lambda},$$

$$2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2m) \lambda / 2.$$

В конце рассуждений приведём **обещанный переход функций угла отражения и преломления**:

Рассмотрим основное тождество тригонометрии:

$$\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1.$$

Добавив к нему закон преломления света (*будет рассмотрен позже, в разделе «дисперсия»*), получаем:

$$\left. \begin{array}{l} \cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta \\ n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \cos^2 \beta = 1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \alpha.$$

Далее домножим правую и левую части на показатель преломления:

$$n^2 \cos^2 \beta = n^2 \left(1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \alpha \right)$$

и проведём некоторые преобразования:

$$n^2 \cos^2 \beta = n^2 - \frac{n^2}{n^2} \sin^2 \alpha,$$

$$n^2 \cos^2 \beta = n^2 - \sin^2 \alpha,$$

$$n \cos \beta = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}.$$

Получили искомое выражение...

Полосы равной толщины и полосы равного наклона.

При неизменном показателе преломления разность хода зависит от толщины пленки (пластинки) и угла падения. Если пленка освещается параллельным пучком света, то $\alpha = \text{const}$ и разность хода зависит только от h . В данном случае места пленки с одинаковой толщиной будут иметь одинаковую освещенность. Такая интерференция называется *интерференцией равной толщины*, а возникающие полосы равной освещенности – ***полосами равной толщины***. Они локализованы на пленке (пластине), то есть наблюдать эту картину можно на самой плёнке или пластинке.

Примером наблюдения полос равной толщины в естественной (белом, не монохроматическом) свете являются радужные разводы на масляной или бензиновой плёнке на воде, радужные разводы на мыльных пузырях. В монохроматическом свете картина будет представлять из себя последовательность тёмных и светлых полос. В частности, для клина с малым углом у основания, эта полосы равной толщины будут выглядеть, как последовательность тёмных и светлых полос, параллельных основанию клина – Рисунок 2.13. Здесь для простоты вычислений мы обычно считаем, что если лучи падают перпендикулярно поверхности клина (на рисунке мы считаем, что это именно так), то не важно, перпендикулярно верхней или нижней его грани. Ведь угол между этими направлениями очень мал.

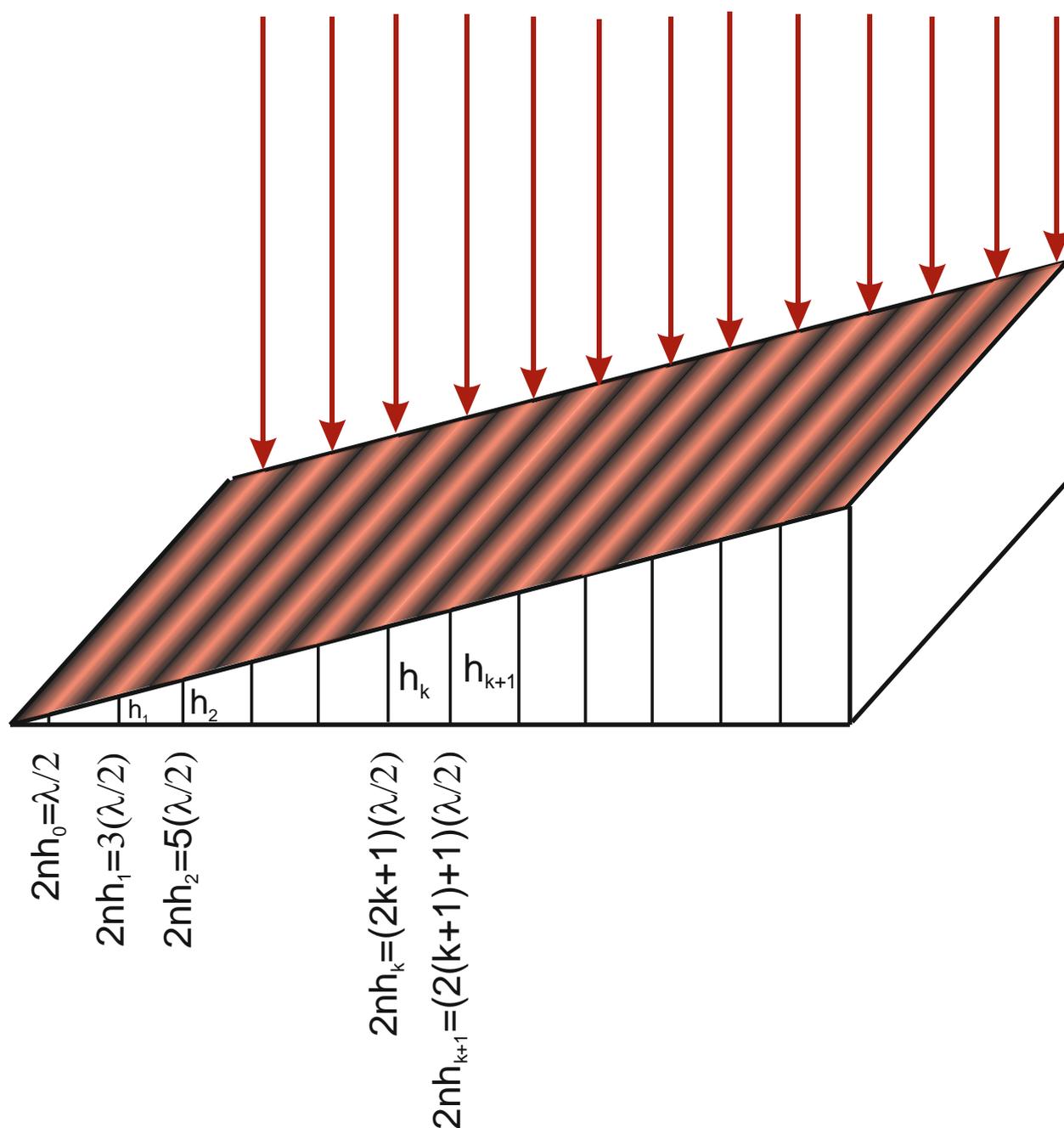


Рисунок 2.13

Наблюдение полос равной толщины в монохроматическом свете на поверхности клина (падение лучей перпендикулярно поверхности, угол у вершины клина мал)

При освещении плоскопараллельной пластинки ($h=const$) монохроматическим сходящимся или расходящимся пучком света каждому значению угла падения соответствуют различные значения оптической разности хода. Интерференционные максимумы и минимумы располагаются по направлениям равных углов α и называются *полосами равного наклона*. Такие полосы локализованы в бесконечности. То есть усиленные лучи будут направлены параллельно друг другу и будут сходиться только на бесконечности. Наблюдать интерференционную картину, таким образом, здесь можно только на экране чрез собирающую линзу. На рисунке Рисунок 2.14 мы для упрощения не отображаем этого (на рисунке не изображена собирающая линза и экран, для простоты картина изображена на самой поверхности). В случае для плоскопараллельной пластины линии равного наклона будут представлять из себя концентрические окружности. Это явление используется для контроля качества стеклянных пластин, толщина которых должна быть строго постоянной. В случае хот небольшого отклонения от параллельности идеальная форма окружностей исказится.

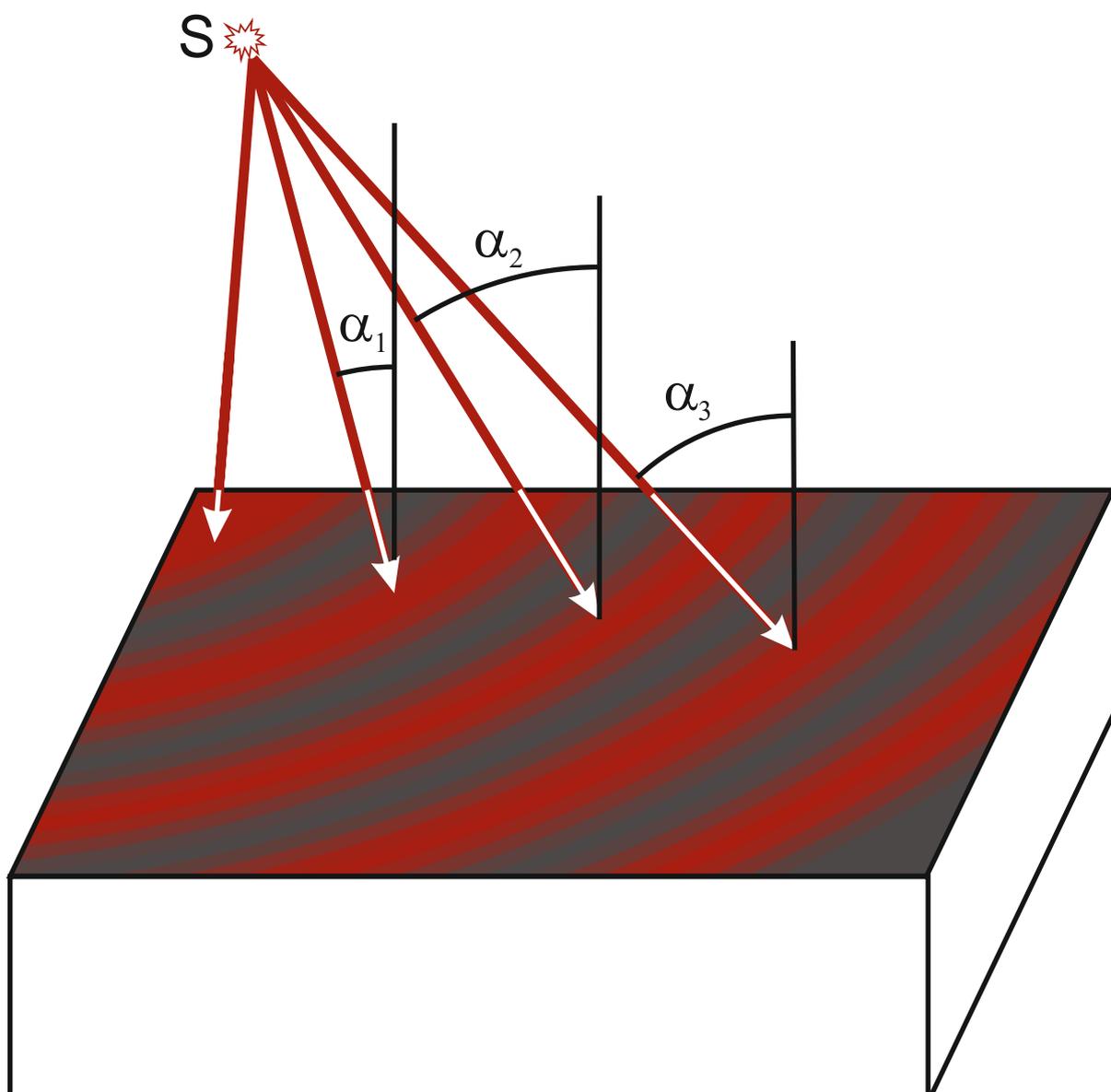


Рисунок 2.14

Наблюдение полос равного наклона в монохроматическом свете

2.4.2. Кольца Ньютона

Типичный пример полос равной толщины – кольца Ньютона. Они являются результатом интерференции в тонком слое переменной толщины, образованном поверхностями плоскопараллельной пластины и положенной на нее плосковыпуклой линзы с очень большим радиусом кривизны (очень большим фокусным расстоянием).

Пусть пучок параллельных лучей монохроматического света падает на линзу по нормали к пластине (Рисунок 2.15). Будем наблюдать Кольца Ньютона в отражённом свете. Луч, дошедший до точки на выпуклой стороне линзы, частично отражается, а частично переходит в зазор, причем практически вертикально из-за малой кривизны линзы. Отразившись от поверхности пластины, он возвращается и интерферирует с лучом, отраженным от линзы. Вследствие большой толщины пластины и линзы интерференции за счет отражения от других поверхностей не возникает. Так как прослойки одинаковой толщины расположены по concentрическим окружностям с центром в точке соприкосновения линзы и пластины, то интерференционные полосы принимают вид темных и светлых колец.

В проходящем будем рассматривать ту составляющую второго луча, которая не отразилась от верхней поверхности пластины, а прошла внутрь её. И ту составляющую, что, отразившись от пластины, отражается от выпуклой поверхности линзы и уже затем проходит внутрь пластины.

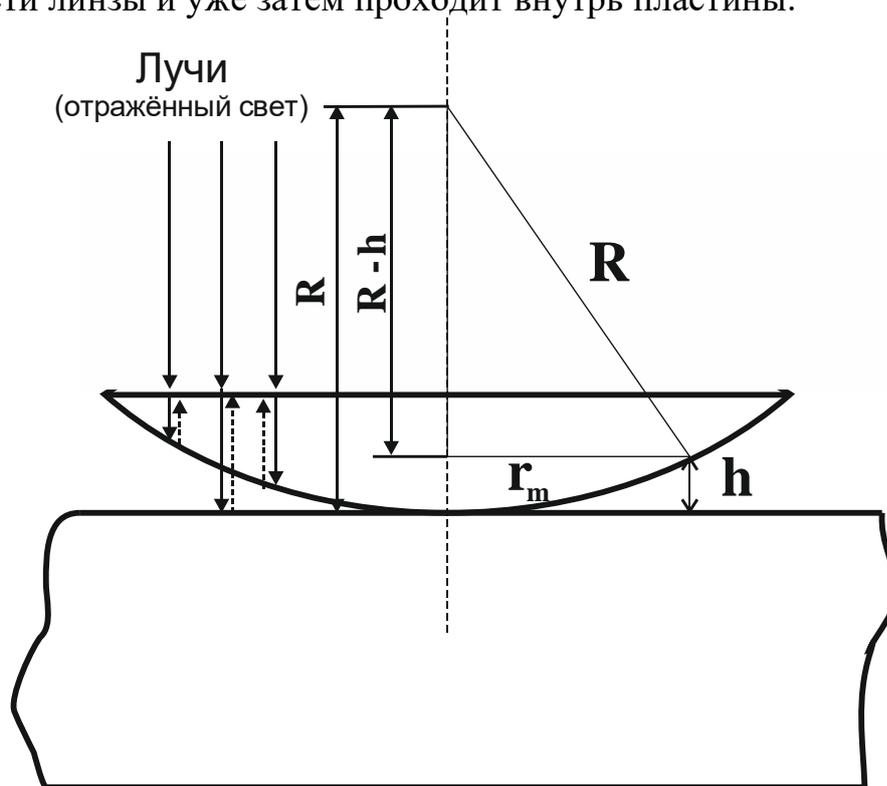


Рисунок 2.15
Кольца Ньютона – ход лучей в отражённом свете

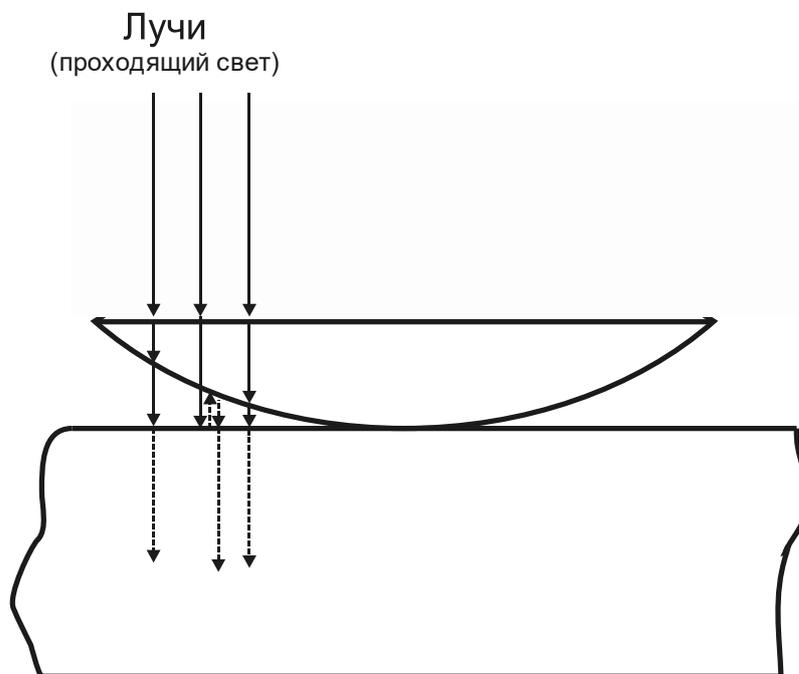


Рисунок 2.16
Кольца Ньютона – ход лучей проходящем свете.

Найдем радиусы колец Ньютона в отраженном свете (Рисунок 2.15). Оптическая разность хода между лучами, отраженными от верхней и нижней поверхностей зазора на произвольном расстоянии r от оси линзы, которой соответствует толщина зазора h ,

$$\delta = 2h + \lambda/2$$

Здесь показатель преломления в зазоре принят равным единице, а член $\lambda/2$ учитывает скачек фазы на π при отражении от поверхности пластины (отражение от границы раздела фаз менее оптически плотная – более оптически плотная среда).

Пренебрегая величиной h^2 , получаем, что

$$R^2 = (R - h)^2 + r^2 = R^2 - 2Rh + \underbrace{h^2}_0 + r^2$$

где R – радиус кривизны линзы.

$$R^2 = R^2 - 2Rh + r^2$$

$$r^2 = 2Rh \Rightarrow h = \frac{r^2}{2R}$$

Тогда разность хода δ составит:

$$\delta = 2h + \lambda/2 = r^2/R + \lambda/2.$$

В точках, где $\delta = 2m(\lambda/2)$ возникнут максимумы, а в точках, где $\delta = (2m+1)(\lambda/2)$ – минимумы интенсивности. Из этих соотношений следует, что радиусы m -тых светлых колец Ньютона r_m в отраженном свете определяются формулой:

$$r_k = \sqrt{(2m-1)R\lambda/2}$$

где $m=1,2,3, \dots$

Радиусы же темных колец будут определяться следующей формулой:

$$r_m = \sqrt{(2m)R\lambda/2} = \sqrt{mR\lambda}.$$

В случае проходящего света отражение второго луча от границы раздела фаз «менее оптически плотная – более оптически плотная» происходит дважды, от внешней поверхности пластины и выпуклой поверхности линзы. Двойной перескок фазы на π эквивалентен отсутствию этого перескока и условия минимума и максимума меняются местами.

Получили искомое выражение:

– радиус светлых колец в отражённом свете и тёмных в проходящем свете:

$$r_m = \sqrt{(2m-1)R\lambda/2} \quad (2.34)$$

– радиус тёмных колец в отражённом свете и светлых в проходящем свете:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad (2.35)$$

Из формулы для светлых колец в отражённом свете получим выражение для вычисления длины световой волны по радиусу колец:

$$\lambda = \frac{4r_m^2}{2R(2m-1)} = \frac{D_m^2}{2R(2m-1)} \quad (2.36)$$

где D_m – диаметр m -ого светлого кольца. Таким образом, измерив диаметр светлого кольца, и зная значение R , можно найти длину волны света. Это и является целью данной работы.

Замечание о законе сохранения энергии.

Отдельно обратим внимание на следующий факт. И в общем случае интерференции в тонких плёнках, и в случае Колец Ньютона (*данный результат был получен нами независимо*) мы наблюдали, что условие минимума в проходящем свете отвечает условию максимума в отражённом свете. И наоборот, условие максимума в проходящем свете отвечает условию минимума в отражённом свете. Это вполне очевидно и необходимо с точки зрения закона сохранения энергии. Если усиливается проходящий через линзу/пластинки луч, то отражённый должен необходимо ослабиться. И наоборот. Оба луча не могут одновременно усилиться или ослабиться, потому что тогда не понятно, откуда возьмётся энергия для этого процесса.

Можно ещё отдельно отметить, что на этом явлении основана технология просветленной оптики – на линзу объектива наносится плёнка, отвечающая условию минимума интерференции отражённого излучения в средней части спектра. В итоге максимум излучения проходит внутрь оптической системы.

2.5. Интерференционные приборы

Интерферометр Жамена.

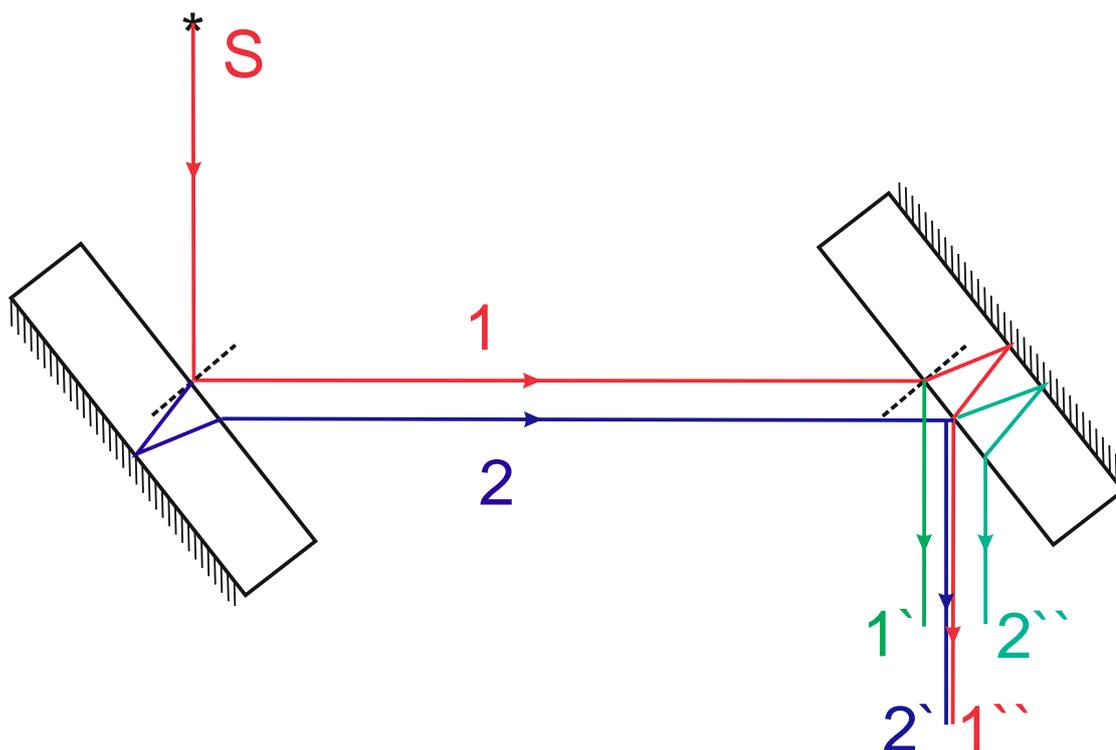


Рисунок 2.17
Интерферометр Жамена

Две *толстые плоско-параллельные пластины* и весьма однородного стекла устанавливаются, как показано на рисунке. *Толстые* – чтобы избежать интерференции в этих пластинах, как в тонкой плёнке/ плоско-параллельной пластине (см. выше). Эта интерференция будет мешать, накладываясь на основную интерференционную картину. По этой же причине стеклянная пластина-подложка в эксперименте с кольцами Ньютона не должна быть тонко. Два интерферирующих луча (1) и (2) делятся на первой пластине за счёт отражения от верхней и нижней граней. Затем эти лучи соединяются вместе (лучи 1' и 2') за счёт аналогичного эффекта на второй пластине. Лучи 1' и 2'' в процессе не участвуют.

В результате интерференции в зоне наблюдения образуются *полосы равного наклона*. Это связано с тем, что источник света находится в непосредственной близости от первой светоделительной пластины. Исследуемый объект ставится на пути одного из лучей (1 или 2). В результате происходит смещение интерференционной картины на некоторое число полос. По смещению интерференционной картины возможно рассчитать показатель преломления либо толщину помещённого на пути одного из лучей объекта.

На практике данный интерферометр используется для измерения *небольшие изменения показателя преломления*. То является *интерференционным рефрактометром*. Рефракция (или преломление, см. раздел «дисперсия») – изменение хода луча на границе раздела двух сред с различными показателями преломления либо в одной среде с неоднородным

либо меняющимся показателем преломления. В данном случае нас интересует второе.

Расчёт толщины либо показателя преломления помещённого на пути луча объекта.

Рассмотрим оптический путь лучей 1 и 2 (лучи двигаются в воздухе, показатель преломления $n=1$):

$$L'_1 = n_1 l_1 = 1 \cdot l_1 = l_1,$$

$$L'_2 = n_1 l_2 = 1 \cdot l_2 = l_2.$$

Тогда оптическая разность хода составит:

$$\Delta L' = L'_1 - L'_2 = l_1 - l_2 = \Delta l.$$

После помещения на пути одного из лучей объекта длиной h с показателем преломления n оптические пути будут:

$$L''_1 = n_1 (l_1 - h) + n_2 h = 1 \cdot (l_1 - h) + nh = l_1 - h + nh = l_1 + (n-1)h,$$

$$L''_2 = n_1 l_2 = 1 \cdot l_2 = l_2.$$

Новая оптическая разность хода составит:

$$\Delta L'' = L''_1 - L''_2 = l_1 + (n-1)h - l_2 = l_1 - l_2 + (n-1)h = \Delta l + (n-1)h.$$

Тогда «разность оптических разностей хода» будет:

$$\Delta = \Delta L'' - \Delta L' = \cancel{\Delta l} + (n-1)h - \cancel{\Delta l} = (n-1)h.$$

При этом картинка в зоне наблюдения сдвинется на столько полос, сколько целых длин волн уложилось на этом изменении разности хода:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta L' = m_1 \lambda \\ \Delta L'' = m_2 \lambda \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta = m_2 \lambda - m_1 \lambda = \Delta m \lambda,$$

$$\Delta m \lambda = (n-1)h.$$

В результате получаем расчётные формулы:

$$h = \frac{\Delta m \lambda}{n-1}, \quad (2.37)$$

$$n = \frac{\Delta m \lambda}{h} + 1. \quad (2.38)$$

Интерферометр Майкельсона.

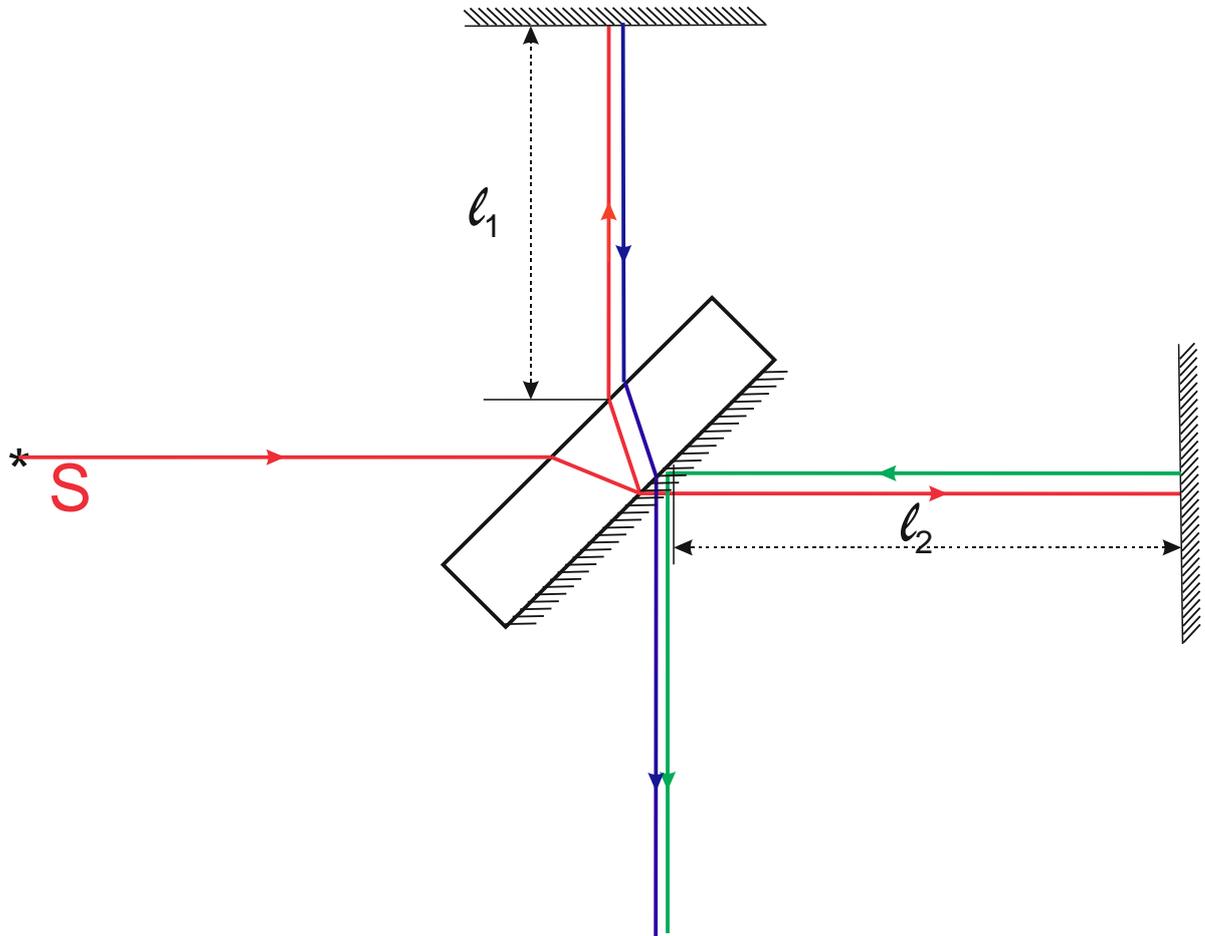


Рисунок 2.18
Интерферометр Майкельсона

Падающий от источника света луч делится на два на светоделительной пластине. Каждый из полученных лучей проходит свой путь в двух «плечах» интерферометра – l_1 и l_2 . В результате мы наблюдаем *полосы равного наклона*, локализованные в бесконечности (*зрительная труба должна быть сфокусирована на бесконечность*). Полосы будут иметь колец. Также могут наблюдаться и *полосы равной толщины*, если величины l_1 и l_2 близки.

Отдельно отметим, в расчётах здесь необходимо учитывать тот факт, что в каждом из плеч луч дважды проходит расстояния l_1 и l_2 :

$$L'_1 = 2(n_1 l_1) = 2(1 \cdot l_1) = 2l_1,$$

$$L'_2 = 2(n_2 l_2) = (1 \cdot l_2) = 2l_2,$$

$$L'' = 2(n_1 (l_1 - h) + n_2 h) = 2l_1 + 2(n - 1)h.$$

В результате мы будем удвоенную величину изменения разности хода:

$$\Delta = \Delta L'' - \Delta L' = (n - 1)2h. \quad (2.39)$$

На данном интерферометре Майкельсоном проводились первые работы по сравнению эталона длины с длиной волны красной линии кадмия (Cd) с

длиной нормального метра (*впервые была измерена длина волны света в метрической системе единиц*). На базе этого интерферометра был создан первый интерференционный эталон метра. Так же на в экспериментах именно на этом интерферометре было впервые доказано постоянства скорости света – независимость скорости света от системы отсчёта, основной постулат Специальной Теории Относительности (СТО) Эйнштейна. Хотя надо учитывать, что не эти эксперименты явились основополагающим мотивом для создания Эйнштейном СТО.

Интерферометр Фабри-Перо.

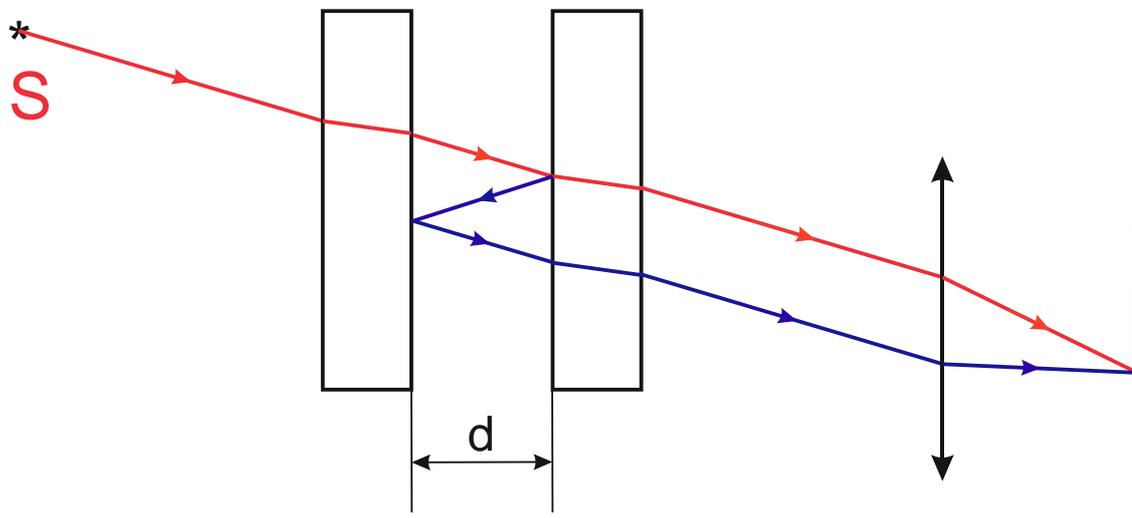


Рисунок 2.19
Интерферометр Фабри-Перо

Так же называется *резонатор Фабри-Перо*, поскольку позволяет усиливать резонирующую в нём длину волны. Интерференционное усиление здесь происходит не только при первом, но и при каждом последующем прохождении отражённого луча между пластинками. Используется в спектроскопии в ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной областях, при изучении тонкая структура спектра. *Регистрация спектра производится с помощью плавного изменения d* (при этом в точку интерференционного максимума мы можем поместить, скажем, фотодатчик). Также используется, как *резонатор в лазерах* для взаимного усиления когерентной длины волны.

2.6. Излучение Вавилова-Черенкова

В 1924г. П.А. Черенков, работая под руководством С.И. Вавилова (*он являлся на тот момент аспирантом Вавилова*), обнаружил интересное свечение. Оно возникало в газах, жидкостях и твёрдых веществах под действием γ -излучения радия. Люминесценцией это излучение не являлось, поскольку пропадало сразу же после ликвидации источника (*люминесценция всегда имеет некоторый период послесвечения и будет разобрана нами позже и в другом разделе физики*). Излучение вызывалось движением электронов в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в этой среде ($v_{\text{фаз.}} = c/n$). Причём это излучение не было связано с ускоренным движением электрона. Электрон, излучая электромагнитную волну, действительно теряет

энергию и движется с отрицательным ускорением. Но это ускорение является не причиной, а следствием излучения. Даже, если бы мы подпитывали электрон энергией «из вне» и заставляли его двигаться равномерно, излучение Вавилова-Черенкова всё рано имело бы место.

Это было слабое голубоватое свечение. Ещё одной особенностью данного излучения являлось то, что распространялось оно в направлении конуса, составляющего с направлением распространения определённый угол:

$$\cos \theta = \frac{c}{nv}$$

Объяснение данному эффекту дали И.Е. Тамм и И.М. Франк в 1937г. Не смотря на то, что при рассмотрении этого явления мы сталкиваемся и с электромагнитным излучением и с его взаимодействием с веществом, из данного объяснения становится понятно, почему мы рассматриваем этот вопрос в разделе «интерференция». Излучение связано с движением электронов, образующихся при взаимодействии γ -излучения с веществом и связано с тем, что электроны движутся со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде. Вообще, подобное излучение может быть вызвано движением любых заряженных частиц со скоростью, превышающей фазовую скорость света в среде. Напомним, движение со скоростью более скорости света в вакууме невозможно, исходя из принципов специальной теории относительности (СТО), но фазовая скорость света в среде в большинстве случаев (см. «Теорию дисперсии») ниже этой скорости.

Сам электрон при этом не излучает, но излучают атомы, с которыми взаимодействует электромагнитное поле электрона в ходе его движения. Поглощая часть энергии электрона, атомы переизлучают эту энергию во все стороны. Таким образом, отметим (*это достаточно важно при выводе*): электрон движется в среде и вызывает излучение, но источником излучения является среда, а не сам электрон. Рассмотрим интерференцию этого излучения.

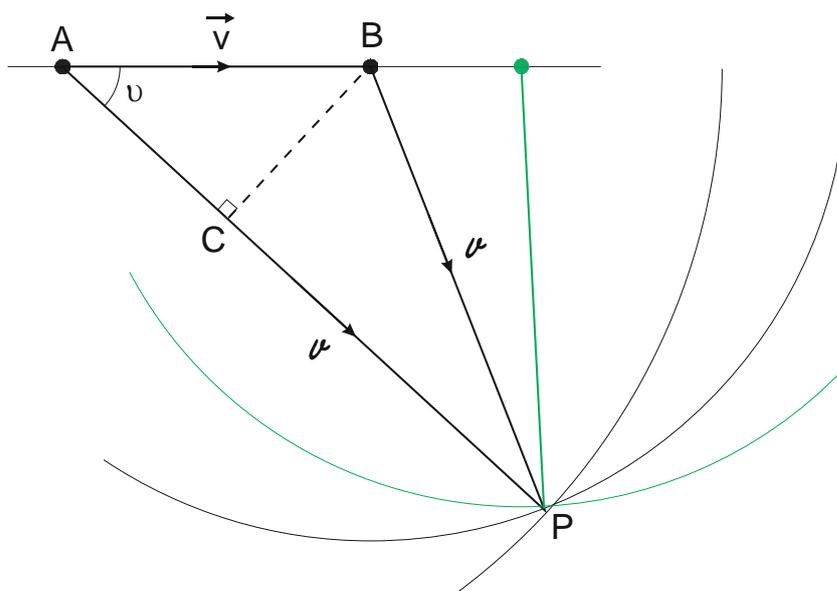


Рисунок 2.20

Излучение Вавилова-Черенкова – объяснение И.Е. Таммом и И.М. Франком

Пусть электрон движется в среде и пусть он в точке **A** он находился в момент времени t_1 , а в точек **B** – в момент времени t_2 . Время движения электрона от точки **A** до точки **B** составит:

$$t_{e^- AB} = t_2 - t_1 = \frac{|AB|}{v},$$

где

$$v = v_{e^-}$$

– скорость движения электрона в среде.

Рассмотрим две электромагнитные волны, вызванные движением электрона в среде и распространяющиеся во все стороны из точки **A** и точки **B**. Рассмотрим некоторую точку **P**, в которой сойдутся эти две волны. Время достижения первой из них точки **P** составит:

$$t_{\gamma 1 AP} = t_1 + \frac{|AP|}{v},$$

где

$$v = v_{\text{фаз.}}$$

– фазовая скорость электромагнитной волны в среде (здесь речь должна идти именно о фазовой скорости).

Время, в которое вторая волна достигнет точки **P** будет равно:

$$t_{\gamma 2 BP} = t_2 + \frac{|BP|}{v}.$$

Тогда разность времени прихода двух волн в точку **P** составит:

$$\begin{aligned} \Delta t &= t_{\gamma 2 BP} - t_{\gamma 1 BP} = t_2 + \frac{|BP|}{v} - t_1 - \frac{|AP|}{v} = \\ &= (t_2 - t_1) - \frac{|AP| - |BP|}{v} = \frac{|AB|}{v} - \frac{|AP| - |BP|}{v}. \end{aligned}$$

Поскольку расстояния $|AP|$ и $|BP|$ сильно больше $|AB|$, можно считать, что их разность примерно равна $|BC|$:

$$|AP| - |BP| \approx |AC| = |AB| \cdot \cos \nu.$$

Тогда:

$$\Delta t = \frac{|AB|}{v} - \frac{|AP| - |BP|}{v} = \frac{|AB|}{v} - \frac{|AB| \cdot \cos \nu}{v} =$$

$$= |AB| \cdot \left(\frac{1}{v} - \frac{\cos \nu}{c} \right).$$

А теперь заметим, что если эти волны сойдутся в точке P одновременно, то произойдёт их взаимное усиление вследствие интерференции. Это вытекает из того, что сойдутся в этом волновые фронты, т.е. фазовые поверхности одной фазы (считать разность хода в этом случае не нужно). Условие возникновения этого события будет:

$$\Delta t = 0 \Rightarrow |AB| \cdot \left(\frac{1}{v} - \frac{\cos \nu}{c} \right) = 0,$$

$$\frac{1}{v} - \frac{\cos \nu}{c} = 0,$$

$$\frac{1}{v} = \frac{\cos \nu}{c},$$

$$\cos \nu = \frac{c}{v} = \frac{1}{n\beta} = \frac{c}{nv},$$

где $n = \frac{c}{c}$, $\beta = \frac{v}{c}$.

Причём заметим, условие такого интерференционного усиления не зависит ни от расстояния $|AB|$, ни от расстояний $|AP|$ и $|BP|$. Таким образом, усиливаться будут все лучи, расходящиеся от точек по ходу движения электрона под определённым углом. Поскольку скорость электрона больше фазовой скорости света в среде, такой угол будет существовать (его можно однозначно определить):

$$v > c \Rightarrow \cos \nu = \frac{c}{v} < 1 \Rightarrow \exists \nu = \arccos \frac{1}{n\beta}.$$

Надо отметить, что если бы речь шла не о фазовой скорости света в среде, а о скорости света в вакууме, это было бы невозможно, т.к. движение электрона со скоростью света в вакууме, не говоря уже о скорости, превышающей её, невозможно. Однако в данном случае речь должна идти именно о фазовой скорости, т.к. именно она определяет время, через которое фронт монохроматической волны, излучённой атомом, дойдёт до заданной точки.

Отдельно отметим, что в случае нормальной дисперсии (*а именно таковой она и является*) излучение должно прекращаться при частоте ω , для которой $n(\omega) < 1/\beta$. Именно это и наблюдается в эксперименте.

Излучение Вавилова-Черенкова широко применяется в ядерной физики и физики высоких энергий. На нём основаны черенковские счётчики – детекторы релятивистских (*т.е. двигающихся со скоростью, близкой к скорости света*) частиц. Для отдельного детектирования частиц с различными скоростями и одинаковыми импульсами, можно так подобрать состав газа, чтобы фазовая скорость электромагнитной волны в нём была меньше скорости одной из частиц, но больше скорости другой. Тогда только пролёт первой из частиц и вызовет свечение – т.е. срабатывание датчика.

3. Дифракция света

Дифракция света – явление, связанное с волновыми свойствами света и сводящееся к взаимодействию света с препятствием, соизмеримым с длиной волны света. Суть дифракции сводится к отклонению распространения света от законов геометрической оптики и попаданию света в область геометрической тени. И дифракция и интерференция – явления чисто волновые.

Различают **дифракцию Френеля и Фраунгофера**.

Df 1. Дифракция Френеля – дифракция на сферическом волновом фронте.

Df 2. Дифракция Фраунгофера – дифракция на плоском волновом фронте.

3.1. Простейшие задачи дифракции

3.1.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Решение задач дифракции в прямой постановке (решение дифференциального волнового уравнения для волны и препятствия) не реально:

$$\Delta E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2},$$
$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}.$$

И это надо решить при наличии в пространстве тел неопределённой формы... ☹.

Принцип Гюйгенса-Френеля и метод зон Френеля позволяет свести задачу дифракции к задаче интерференции.

Принцип Гюйгенса-Френеля:

1) **Гюйгенс:** каждая точка волнового фронта может быть рассмотрена как источник вторичных волн. Задача на рассмотрение волны от первичного источника может быть заменена на задачу рассмотрения совокупности волн от совокупности вторичных источников. (1678г.)

2) **Френель:** эти источники являются когерентными (вторичные источники). Задача дифракции волны от первичного источника может быть заменена на задачу интерференции волн от вторичных источников. (1815г.)

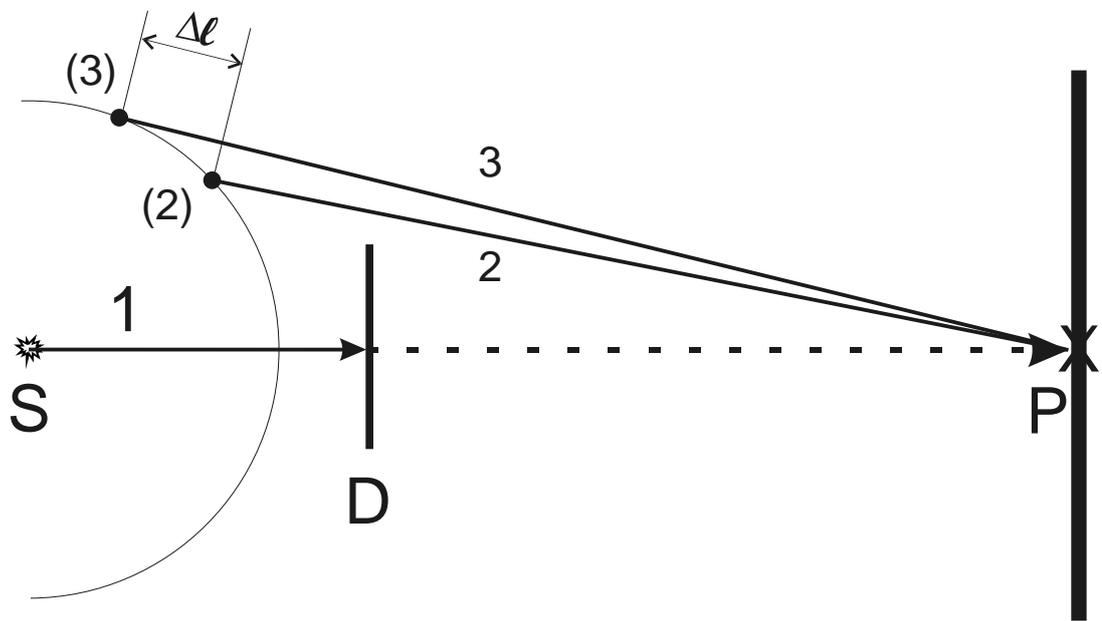


Рисунок 3.1
Принцип Гюйгенса-Френеля – общий подход

Если в предложенном случае свет от источника S никак не может прийти до точки наблюдения P напрямую – ему мешает диафрагма D (луч 1), то лучи от точек (2) и (3) вполне могут достигнуть цели (лучи 2 и 3).

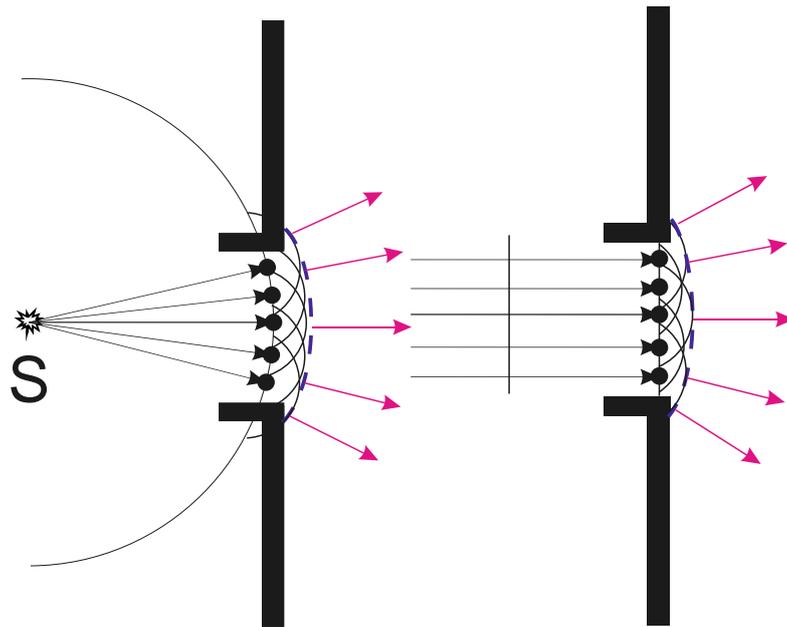


Рисунок 3.2
Метод построения волновых фронтов по Гюйгенсу

Утверждение Гюйгенса носит точный математический характер – поскольку волна есть распространение колебаний, то все точки волнового фронта в равной степени вносят свой вклад в процесс дальнейшего распространения волны. Это очевидно, так как до всех них дошла волна (одновременно, по определению волнового фронта) и именно их колебания вызывают процесс дальнейшего распространения колебаний.

Однако далее Гюйгенс предлагал строить рассматривать полусферические фронты от всех вторичных источников и для построения следующего волнового фронта строить их огибающую. Данный метод является всего лишь приближенным методом решения исходного дифференциального уравнения.

Утверждение Френеля, опять-таки, математически точно – когерентность вторичных источников следует из определения волнового фронта (*см. определение*). Но это позволяет свести задачу дифракции к задаче интерференции без сложных дифференциальных вычислений.

3.1.2. Дифракция Френеля. Метод зон Френеля

Рассмотрим луч, соединяющий источник излучения S и точку наблюдения P на экране. И рассмотрим волновой фронт на расстоянии a от источника и расстоянии b от точки наблюдения (*волновой фронт, проходящий через данную точку*). В этом месте в дальнейшем будет располагаться препятствие.

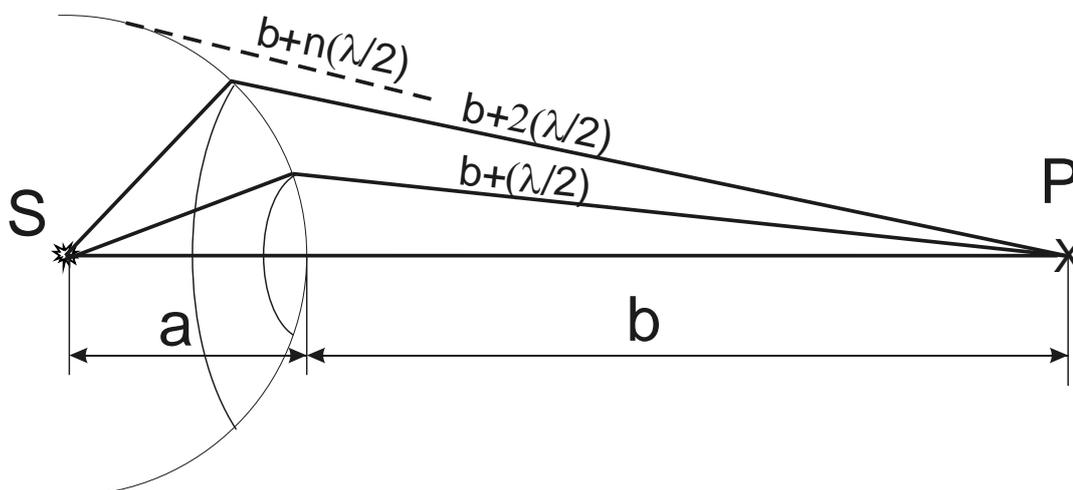


Рисунок 3.3
Зоны Френеля – построение

Отложим от точки наблюдения расстояние, равное расстоянию b , плюс половина длины волны и вырежем этим расстоянием зону на волновом фронте. Это будет первая зона Френеля. Увеличим расстояние ещё на пол длины волны и вырежем ещё одну зону (*не учитывая уже вырезанный кусок*). И так далее... Для края n -ной зоны расстояние от точки наблюдения будет составлять n полуволн, плюс исходное расстояние b ($b + n \cdot \lambda/2$).

При таком построении первая точка каждой очередной зоны будет давать излучение в конечную точку, приходящее в противофазе с первой точкой следующей зоны, вторая будет гасить вторую и так далее, до последней. Таким образом, если площади зон (*и, следовательно, количество точек*) равны, первая зона будет целиком гаситься излучением от второй зоны в конечной точке наблюдения, третья – четвёртой и т.д. В конечную точку

может прийти только излучение от последней зоны, если она нечетная (*и не кем ни гасится...*). Если же площади зон не равны, нужно смотреть, в какой степени они будут гасить друг друга в точке наблюдения, что мы и сделаем ниже.

Рассмотрим метод зон Френеля на примере дифракции Френеля на круглом отверстии (*круглой диафрагме*) или диске (*круглом препятствии*). Рассмотрим n -ую зону Френеля и найдём её радиус r_n :

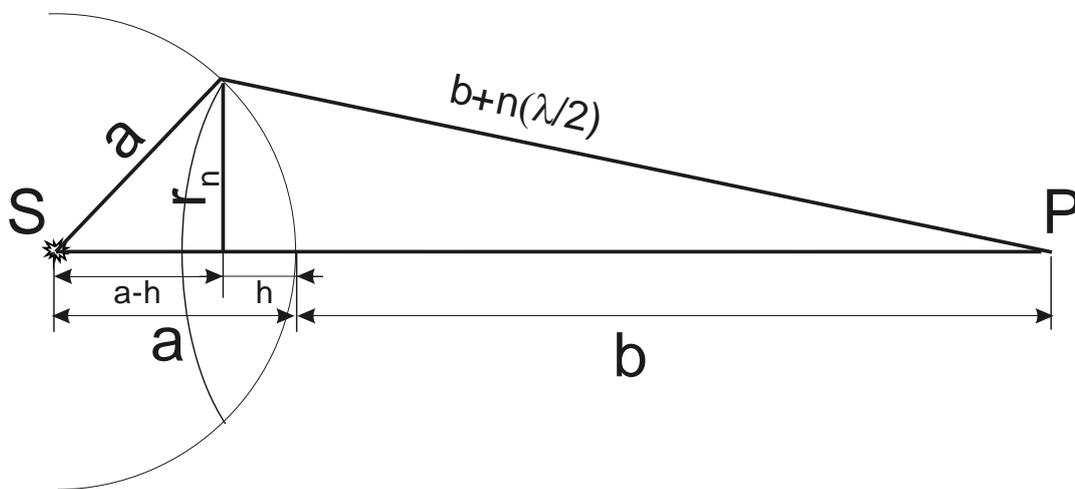


Рисунок 3.4
Вычисление радиуса зоны Френеля

С одной стороны, по теореме Пифагора

$$a^2 = r_n^2 + (a-h)^2 \Rightarrow r_n^2 = a^2 - (a-h)^2$$

С другой стороны по той же теореме

$$(b + n \frac{\lambda}{2})^2 = r_n^2 + (b+h)^2 \Rightarrow r_n^2 = (b + n \frac{\lambda}{2})^2 - (b+h)^2$$

Раскроем скобки в первом выражении и упростим его:

$$r_n^2 = a^2 - (a-h)^2 = \cancel{a^2} - \cancel{a^2} + 2ah - h^2$$

Затем во втором:

$$r_n^2 = (b + n \frac{\lambda}{2})^2 - (b+h)^2 = \cancel{b^2} + 2bn \frac{\lambda}{2} - \cancel{b^2} + (-2bh) - h^2 + \underbrace{n^2 \frac{\lambda^2}{4}}_0$$

Здесь мы пренебрегли членом, содержащим длину волны в квадрате в виде его малости.

Далее, приравняем оба выражения:

$$2ah - \cancel{h^2} = bn\lambda - 2bh - \cancel{h^2},$$

$$2ah + 2bh = bn\lambda.$$

Выразим величину h :

$$h = \frac{bn\lambda}{2a + 2b} = \frac{bn\lambda}{2(a + b)}$$

и подставим её в первое выражение для радиуса зоны:

$$r_n^2 = 2ah - \underbrace{h^2}_{\rightarrow 0} = \frac{2abn\lambda}{2(a + b)}$$

Здесь мы пренебрегли величиной h^2 в виде её малости.

Получим радиус n -ной зоны Френеля:

$$r_n = \sqrt{\frac{abn\lambda}{(a + b)}}. \quad (3.1)$$

Для того, чтобы выяснить, полностью или нет соседние зоны Френеля гасят друг друга, определим площадь n -ной зоны Френеля.

Площадь сегмента сферы S_n вычисляется по формуле:

$$S_n = 2\pi Rh,$$

где в нашем случае

$$R = a,$$

$$h = \frac{bn\lambda}{2(a + b)}.$$

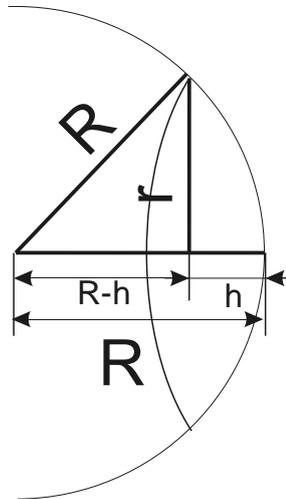


Рисунок 3.5

Зоны Френеля – площадь сегмента сферы

Подставим:

$$S_n = 2\pi Rh = \frac{\cancel{2}\pi abn\lambda}{\cancel{2}(a + b)} = \frac{\pi abn\lambda}{(a + b)}.$$

Площадь n -ой зоны можно вычислить, как разность $n+1$ -ой и n -ой зон:

$$S_{n\text{-ой зоны}} = S_{n+1} - S_n = \frac{\pi ab(n+1)\lambda}{a+b} - \frac{\pi abn\lambda}{a+b} =$$

$$= \frac{\cancel{\pi abn\lambda}}{a+b} + \frac{\pi ab\lambda}{a+b} - \frac{\cancel{\pi abn\lambda}}{a+b} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}$$

Таким образом, площади зон Френеля будут одинаковыми. Однако угол, под которым они будут видны из точки наблюдения, будет меняться. Предпримем некий ход для решения этой проблемы. Сначала, просто, сложим все амплитуды в точке наблюдения. Амплитуды каждой чётной зоны будут вычитаться из амплитуд каждой чётной зоны. Поскольку угол наблюдения каждой зоны не одинаков, и амплитуды в данной сумме будут различаться...

$$A = A_1 - A_2 + \dots + A_n + \dots$$

Здесь A – амплитуда световой волны.

А теперь представим каждую из амплитуд, как сумму двух её половинок и сгруппируем их следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2} + \underbrace{\left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right)}_0 + \underbrace{\left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right)}_0 + \dots = \frac{A_1}{2}. \quad (3.2)$$

Можно строго математически показать, что амплитуда волны, приходящей от каждой чётной зоны будет равна сумме половинок амплитуд от предыдущей и последующей зон. Таким образом, в скобках мы будем иметь ноль!

Таким образом, амплитуда результирующей волны в точке наблюдения будет равна половине амплитуды волны, приходящей от центральной зоны Френеля (*вспомним, что амплитуда световой волны есть амплитуда вектора напряжённости электрического поля*):

$$E = \frac{E_1}{2}.$$

Так же вспомним определение интенсивности световой волны:

$$I = \langle |\bar{S}| \rangle \sim E^2. \quad (3.3)$$

В итоге имеем:

$$I = \frac{I_1}{4}. \quad (3.4)$$

До наблюдателя будет доходить четверть интенсивности волны, поставляемой центральной зоной Френеля.

Опыт по перекрытию всех, кроме первой (либо только первой) зон Френеля.

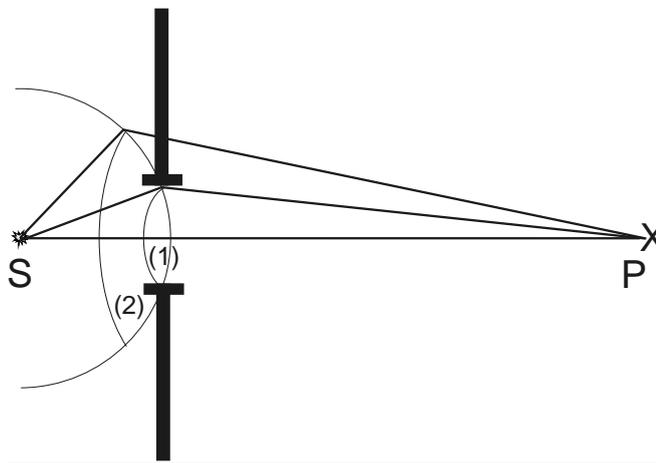


Рисунок 3.6

Эксперимент по открытию только первой зоны Френеля

Схема опыта

Рассмотрим источник монохроматического света и экран. Выберем точку на прямой, соединяющей источник с экраном. Пусть расстояние от источника до выбранной точки – a , а расстояние от выбранной точки до экрана – b . Рассчитаем радиус первой зоны Френеля и поставим в выбранную точку диаграмму соответствующего радиуса (r_1)

Результат наблюдения на экране: интенсивность освещенности точки экрана по сравнению с прямым лучом (без диафрагмы) увеличивается в четыре раза.

Справедлив и обратный опыт. Если на пути луча поставить диск радиусом в одну зону Френеля, вместо того, чтобы на экране возникло темное пятно, интенсивность возрастет в четыре раза.

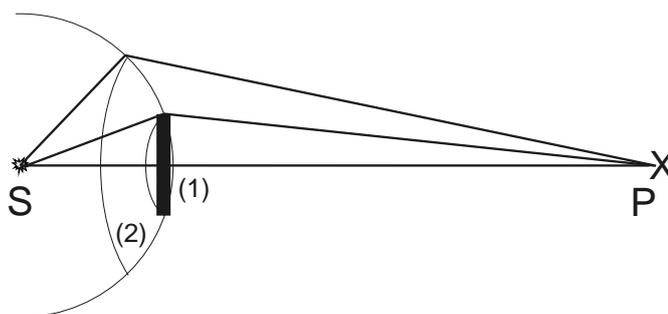


Рисунок 3.7

Эксперимент по закрытию первой зоны Френеля

Замечание. Не надо забывать, что по-прежнему выполняется закон сохранения энергии. Это значит, что и диафрагма и в случае с диск собирают в точку P лучи, которые в противном случае распространялись бы прямолинейно. Фактически и диафрагма, и диск в данном случае работают, как собирающая линза. И ещё, это явление (Рисунок 3.7 – яркое пятно в области геометрической тени) называется *пятно Араго-Пуассона* (или просто *пятно Пуассона*). Было теоретически предсказано Пуассоном (1818 г.), как

следствие теории Френеля и должно было показать её абсурдность. Однако было после этого экспериментально подтверждено Домиником Арго.

3.1.3. Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии

Теперь рассмотрим дифракцию плоской волны на круглом отверстии. Для этого построим зоны Френеля в виде вложенных друг в друга колец на плоскости. Задачу можно решить двумя вариантами – с использованием материала предыдущего раздела и «с нуля».

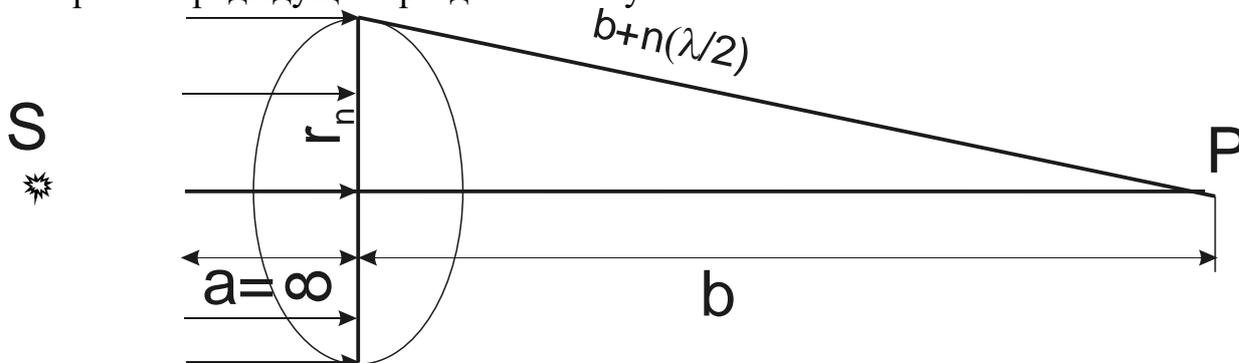


Рисунок 3.8

Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии

Вариант 1. Плоская волна, как известно, есть сферическая волна, где источник света (*точечный источник*) удалён на бесконечность. Вычислим предел предыдущей формулы при a стремящейся к бесконечности:

$$\begin{aligned}
 r_n &= \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{abn\lambda}{(a+b)}} \right) = \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{abn\lambda}{(a+b)} \cdot \underbrace{\frac{a}{a}}_1} \right) = \\
 &= \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{abn\lambda/a}{(a+b)/a}} \right) = \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{\cancel{a}bn\lambda}{\cancel{a}bn\lambda}} \right) = \sqrt{bn\lambda}, \\
 & \quad \left(\frac{\cancel{a}}{\cancel{a}} + \underbrace{\frac{b}{a \rightarrow \infty}}_0 \right) \\
 r_n &= \sqrt{bn\lambda}.
 \end{aligned}$$

Вариант 2. Проведём все рассуждения заново. Рассмотрим треугольник, применим теорему Пифагора и в конце пренебрежём членом, содержащим квадрат длины волны.

$$\begin{aligned}
 \left(b + n\lambda/2\right)^2 &= r_n^2 + b^2, \\
 r_n^2 &= \left(b + n\lambda/2\right)^2 - b^2,
 \end{aligned}$$

$$r_n^2 = b^2 + 2bn \frac{\lambda}{2} + \underbrace{n^2 \frac{\lambda^2}{4}}_0 - b^2,$$

$$r_n^2 = nb\lambda.$$

Окончательно, радиус n -ой зоны Френеля в случае дифракции Фраунгофера на круглом отверстии равен:

$$r_n = \sqrt{nb\lambda} \quad (3.5)$$

Площади зон:

$$S_n = \pi r_n^2,$$

$$S_{n-ой\ зоны} = \pi r_{n+1}^2 - \pi r_n^2 = \pi (r_{n+1}^2 - r_n^2) =$$

$$= \pi ((n+1)b\lambda - nb\lambda) = \pi (n+1 - n)b\lambda = \pi b\lambda.$$

Как мы видим, площади зон равны. Угол, под которым видны зоны здесь абсолютно одинаковый. Таким образом, соседние зоны будут полностью гасить друг друга.

3.1.4. Зонные пластинки Френеля

Теперь рассмотрим следующую оптическую систему. Для плоской световой волны (дифракция Фраунгофера) закроем все чётные, либо не чётные зоны Френеля, рассчитанные в предыдущем разделе (рассчитанные для случая дифракции на круглом отверстии). В этом случае излучение в точке наблюдения P от всех зон будет складываться, усиливая друг друга. По закону сохранения энергии, интенсивность излучения в данной точке будет увеличиваться за счёт того, что лучи будут собираться в ней, отклоняясь от прямолинейного закона распространения (энергия концентрируется в рассматриваемой точке из окружающего её пространства).

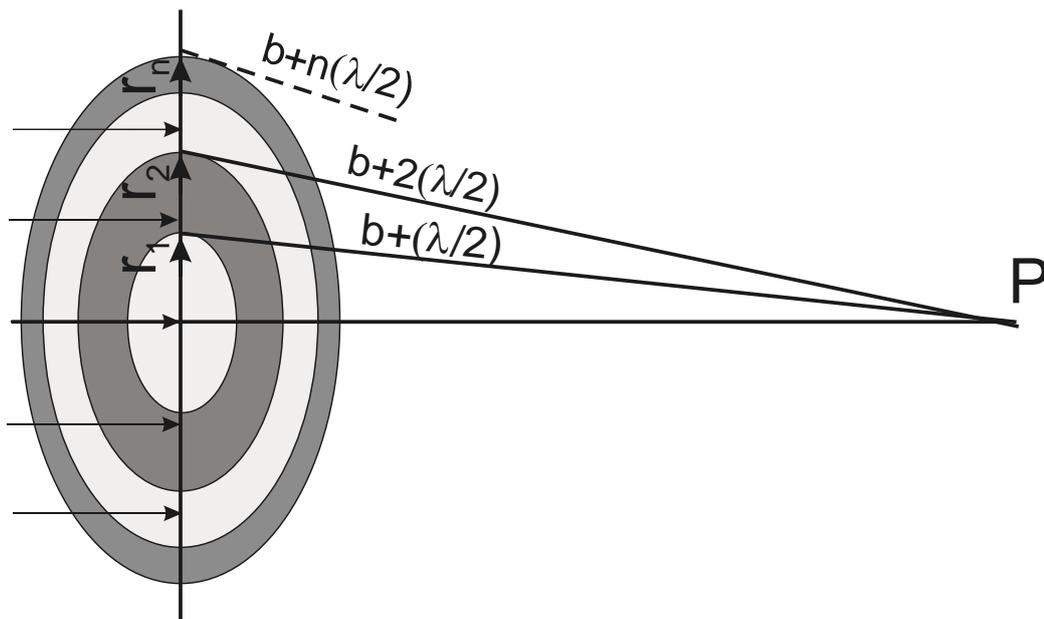


Рисунок 3.9
Принцип построения зонной пластинки Френеля

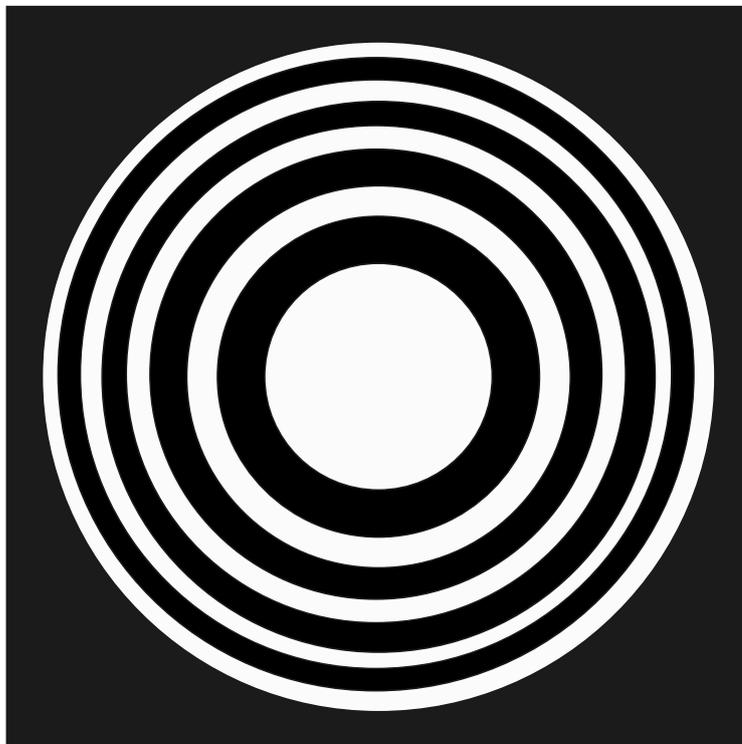


Рисунок 3.10
Амплитудная зонная пластинка Френеля – общий вид

То есть данная оптическая система будет работать, как *собирающая линза*.

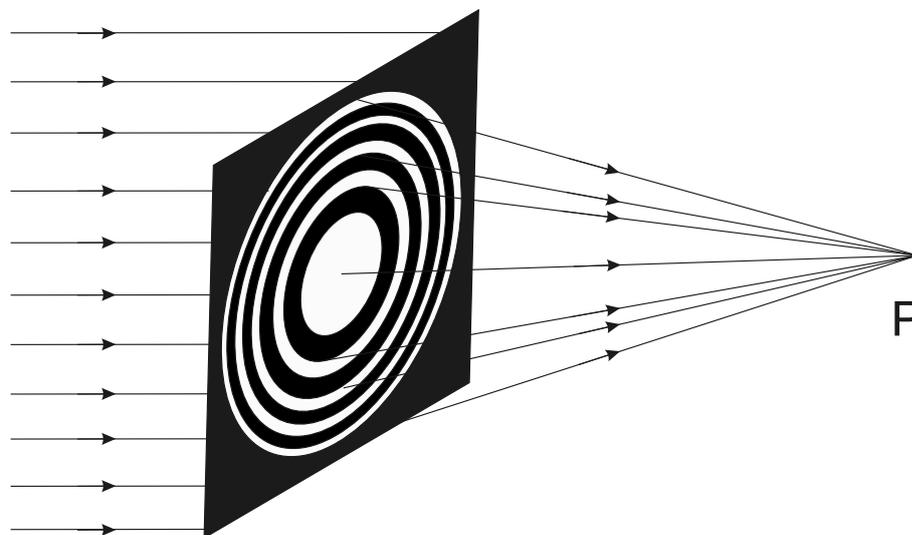


Рисунок 3.11
Пластинки Френеля, как собирающая линза – собирает лучи в фокусе

Таки образом, данная «нарисованная» оптическая система будет преобразовывать параллельный пучок света в лучи, сходящиеся в точке фокуса – то есть в точке ***P***. Исходя из принципа симметрии, очевидно, что, в случае обратного хода лучей, пучок света, исходящий из точки ***P***, расположенной в фокусе системы, будет преобразован в параллельный пучок света.

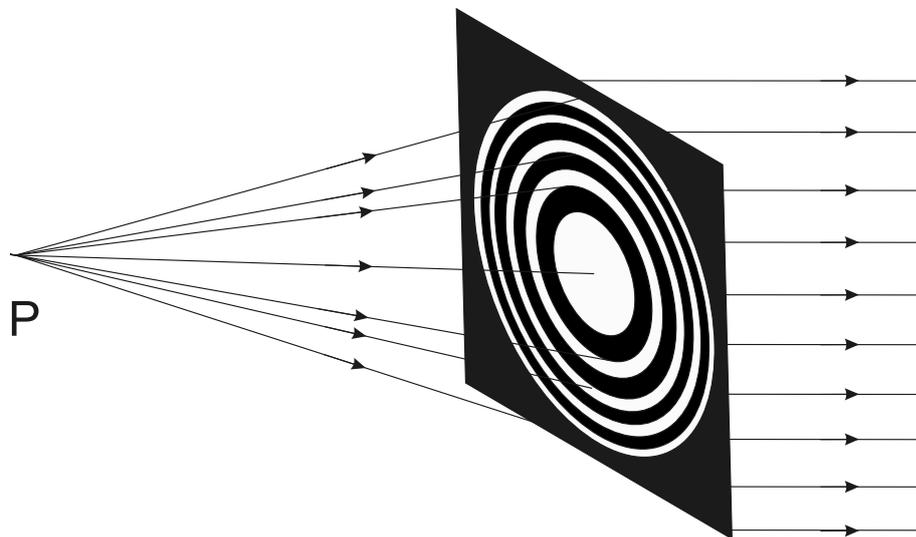


Рисунок 3.12

Пластинка Френеля, как собирающая линза – сфокусированный пучок в параллельный пучок лучей

Обычно непрозрачные кольца, соответствующие чётным или нечётным зонам Френеля наносят на плоско-параллельную пластину. Такая пластина называется *Зонной Пластинкой Френеля*. В частности, пластинка, в которой соответствующие зоны просто закрываются, называется *амплитудной зонной пластинкой*.

Можно предложить и другой вариант решения задачи. Не будем перекрывать совсем излучение от соответствующих зон. Изменим тем или иным образом разность хода между лучами от соседних зон. Если мы добавим или убавим оптический путь лучей от соседней зоны на пол длины волны ($\lambda/2$), то вместо того, чтобы приходить в точку наблюдения в противофазе, они будут приходить туда в одинаковых фазах и, следовательно, складываться, а не вычитаться.

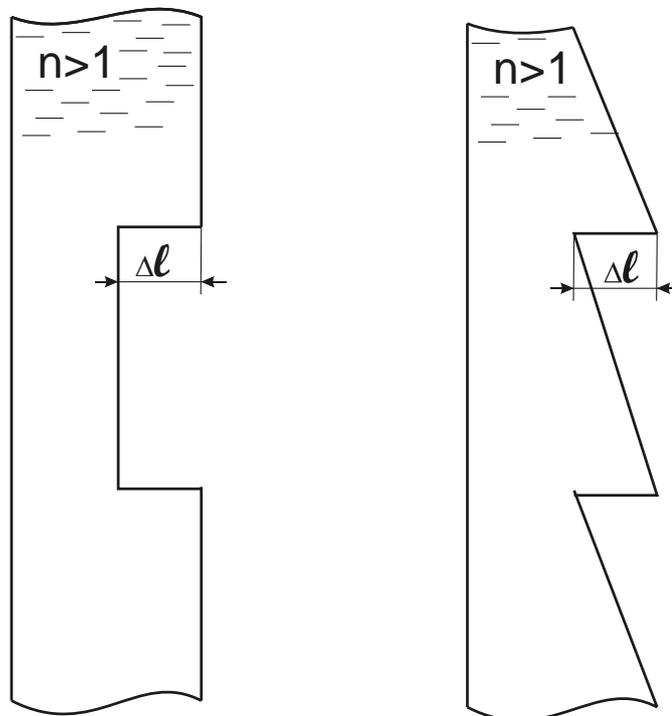


Рисунок 3.13

Принцип создания дополнительной разности хода в фазовой зонной пластинке Френеля

Величину Δl можно подобрать из условия:

– оптическая разность хода должна быть равна набегающему в последствии половине длины волны.

$$\Delta L = \frac{\lambda}{2},$$

– саму же оптическую разность хода вычисляем, исходя из чертежа, как

$$\Delta L = L_1 - L_2 = n\Delta l - \Delta l = (n-1)\Delta l.$$

Проводя преобразования

$$(n-1)\Delta l = \frac{\lambda}{2},$$

получаем:

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2(n-1)}.$$

Такая оптическая система называется **фазовой зонной пластинкой**.

Замечание. Таким образом, мы можем утверждать, что *линзу можно нарисовать*. Этот факт ещё понадобится нам в дальнейшем.

3.1.5. Дифракция Фраунгофера на щели

Рассмотрим щель, на которую падает плоский волновой фронт. (Задачу можно считать одномерной. На чертеже щель расположена перпендикулярно плоскости рисунка. Таким образом, **BC** – ширина щели) По принципу Гюйгенса-Френеля можем рассматривать все точки щели как

вторичные источники. Пусть на пути луча стоит линза (собирающая); картина рассматривается на экране. Рассмотрим лучи, выходящие из щели под углом φ . Все они будут собраны линзой в некоторой точке A . Выясним, при каком условии в точке A будет наблюдаться максимумы или минимумы дифракционной картины.

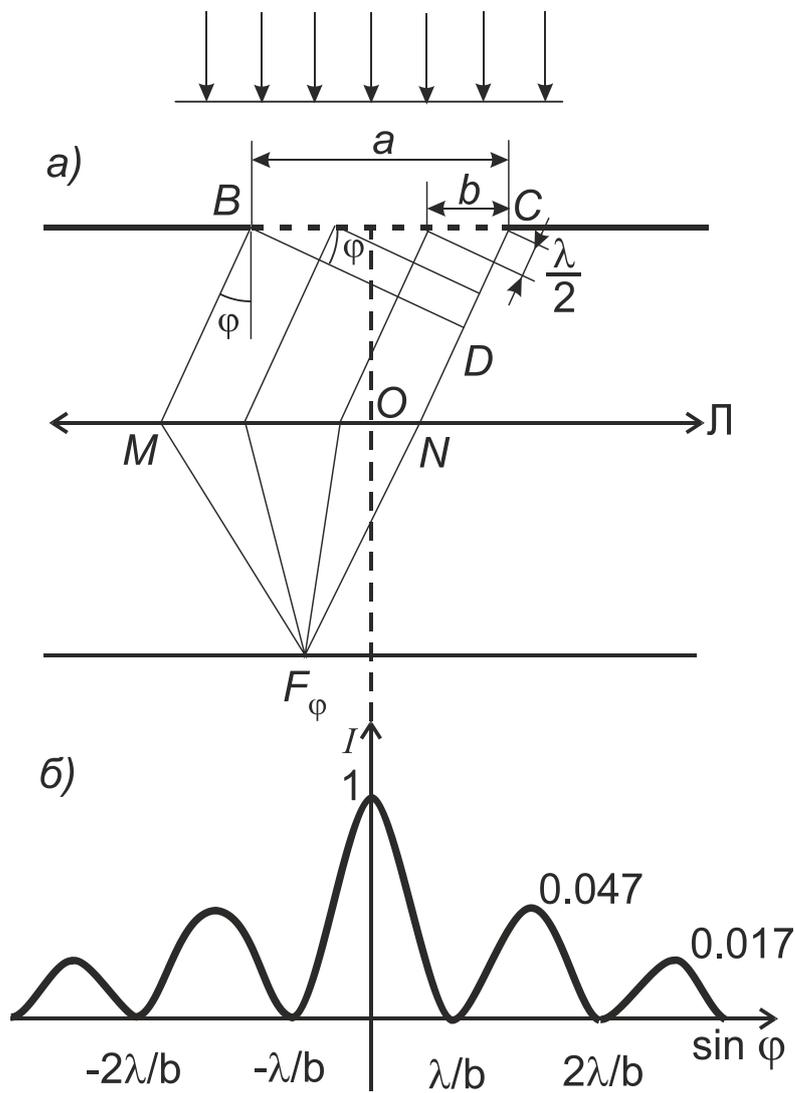


Рисунок 3.14

Дифракция Фраунгофера на щели.

(а) – ход лучей (б) – распределение интенсивностей.

Построим перпендикуляр к первому лучу до щели, отложив на луче $\frac{\lambda}{2}$. Это будет 1-ая зона Френеля (отложенное нами на луче расстояние – разность хода; она как раз соответствует первому условию минимума при интерференции – пол длины волны). Т.к. площади зон одинаковы (площадь самой зоны перпендикулярна плоскости чертежа; зоны прямоугольные, длина у всех зон это длина щели, ширина будет определяться величиной b , которую мы вычислим ниже), первая зона будет целиком гасить вторую и т.д. Максимум интенсивности будет наблюдаться при нечетном количестве зон. При четном количестве зон лучи не дойдут до экрана.

Вычислим соотношение между числом зон и углом наблюдения.

Здесь

a – ширина щели,

b – ширина зоны.

Из рассмотрения треугольника видно, что:

$$b = \frac{\lambda/2}{\sin \varphi}.$$

Количество зон есть ширина щели, делённая на ширину одной зоны:

$$N = \frac{a}{b} = \frac{a \sin \varphi}{\lambda/2} = \frac{2a \sin \varphi}{\lambda}.$$

Условие максимума – нечётное количество зон на щели:

Max: $N = 2k + 1 \Rightarrow 2a \sin \varphi = (2k + 1)\lambda,$

Условие минимума – чётное количество зон на щели:

Min: $N = 2k \Rightarrow 2a \sin \varphi = 2k\lambda.$

Иначе:

Max: $a \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$ (3.6)

Min: $a \sin \varphi = k\lambda.$ (3.7)

Полученные выражения определяют углы, под которыми будут наблюдаться максимумы и минимумы интерференции света при дифракции его на щели.

3.2. Дифракционная решетка

Df 1. Дифракционная решетка – это оптическая система, представляющая собой последовательность прозрачных и непрозрачных зон. Иначе, система, состоящая из большого количества щелей.

3.2.1. Главные максимумы

Рассмотрим последовательность щелей.

Df 2. Период или **постоянная решётки d** – расстояние от начала предыдущей щели до начала следующей щели. Иначе, расстояние между центрами двух соседних щелей или расстояние, через которое повторяются щели.

Df 3. порядок решетки:

$$N_0 = \frac{1}{d}$$

– число щелей на единицу длины решётки.

Пусть на решетку падает параллельный пучок света (*плоский волновой фронт*). За решеткой поставим линзу. Будем наблюдать картину на экране за линзой. При падении на дифракционную решетку плоского волнового фронта

на каждой щели в отдельности будет наблюдаться дифракция Фраунгофера на щели. Но об этом факте мы вспомним вконец.

Рассмотрим каждую щель как точечный когерентный источник излучения (так называемая многолучевая интерференция). Рассмотрим лучи, идущие под углом φ к нормали. Все лучи соберутся в точке A . Построим перпендикуляр от луча, идущего от первой щели, к лучу от второй щели. Найдем разность хода между этими лучами Δl .

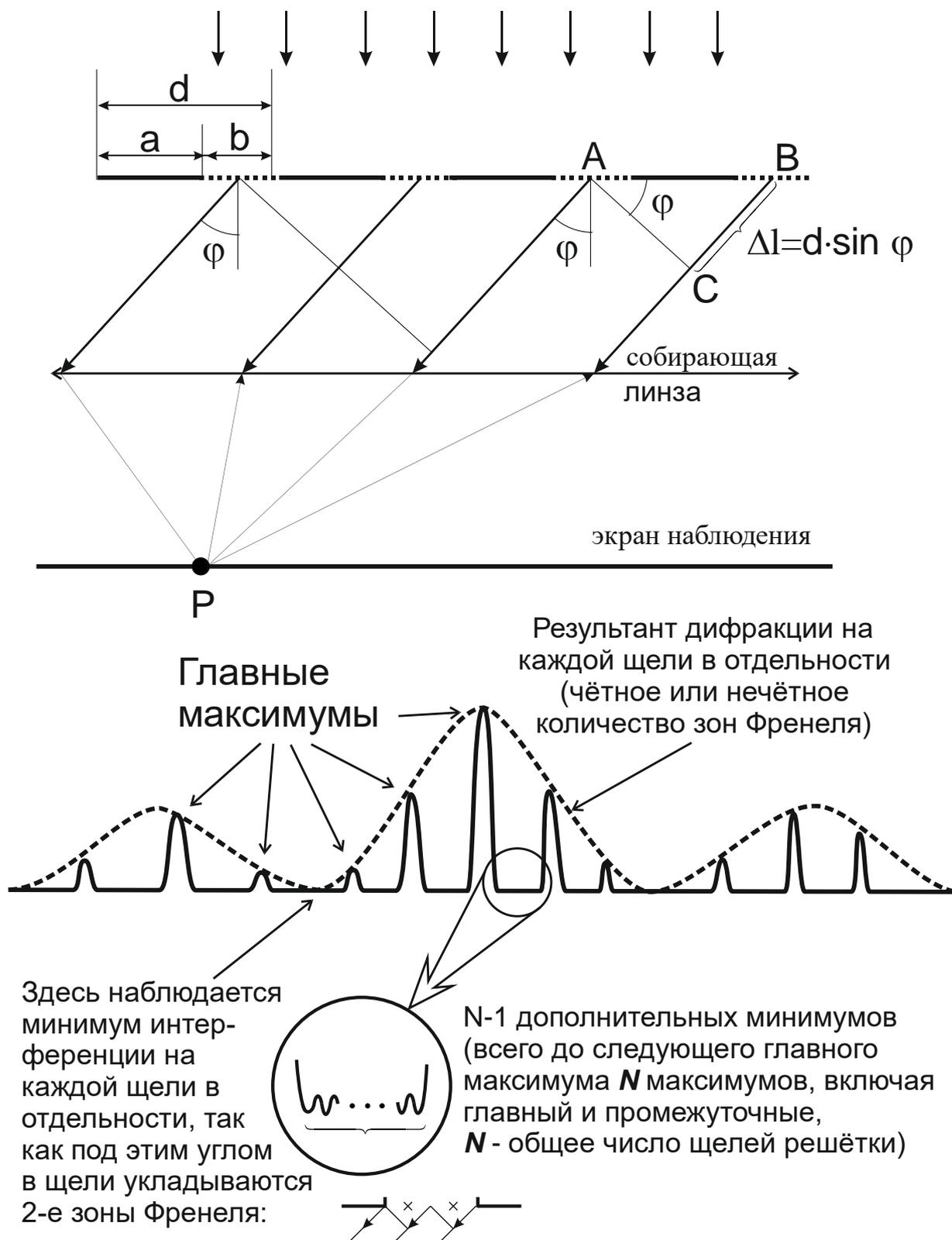


Рисунок 3.15
Дифракционная решётка – главные максимумы

Пунктиром обозначен результат дифракции на каждой щели в отдельности («зоны Френеля», см. предыдущий параграф»).

Из условия интерференции следует:

$$\Delta l = k\lambda \text{ – условие максимума.}$$

С другой стороны, из рассмотрения треугольника ADC видим, что:

$$\Delta l = d \sin \varphi .$$

Приравняв эти выражения, мы получили условие главного максимума.

В итоге получили уравнение для главных максимумов.

$$d \sin \varphi = k\lambda \tag{3.8}$$

– условие главного максимума.

В этом случае условие максимума будет выполняться для интерференции лучей пришедших от любых двух щелей решетки. Это условие – условие главного максимума. Между каждыми двумя главными максимумами будут наблюдаться $N-1$ дополнительный минимум (N – общее число щелей решетки). Между дополнительными минимумами будут расположены сильно невыраженные неглавные максимумы, которые будут соответствовать усилению излучения от части щелей, но гашению его с излучением от другой части.

Замечание. Разложение белого света в спектр будет происходить по причине того, что угол, под которым будет наблюдаться соответствующий главный максимум, и точка на экране соответственно будет зависеть от длины волны. Рядом с зоной усиления одной длины мы будем наблюдать зону усиления другой длины волны.

3.2.2. Параметры дифракционной решетки

Рассмотрим параметры, характеризующие дифракционную решётку, как оптический прибор.

- 1) Постоянная (период) решетки

d – расстояние между началом двух соседних щелей.

- 2) Порядок решетки (обычно штрихи на миллиметр)

$$N_0 = \frac{1}{d} \tag{3.9}$$

– число щелей на единицу длины.

- 3) Общее число штрихов (соответственно, щелей)

$$N = N_0 l . \tag{3.10}$$

- 4) Угловая дисперсия

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} \text{ либо } D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda} . \tag{3.11}$$

Иногда обозначают, как:

$$D = \frac{d'\varphi}{d'\lambda} \text{ или } D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} .$$

Это отражая тот факт, что речь идёт прежде всего об элементарной величине, а уже потом о дифференциале (но никак не о полном дифференциале!!! но производную, всё равно, брать можно ☺).

Здесь $d\varphi$ элементарный угол, на который разойдутся лучи с длинами волн отличающихся на $d\lambda$ (разойдутся лучи – под лучом понимается угол, под которым наблюдается главный максимум). Физический смысл – угол между лучами, различающимися по длине волны на единицу (если длина волны в нм, угол в радианах между лучами, длина волны которых отличается на 1 нм).

Выведем формулу для угловой дисперсии, исходя из выражения для главных максимумов:

Из определения угловой дисперсии (здесь мы специально изменили стиль написания значка дифференциала, чтобы не путать его с постоянной решётки):

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}.$$

Из условия главных максимумов имеем:

$$d \sin \varphi = k\lambda.$$

Продифференцируем это выражение:

$$d(d \sin \varphi) = d(k\lambda).$$

После простейших преобразований получим:

$$d \cdot d(\sin \varphi) = kd\lambda.$$

Вспомним, что:

$$d \sin \varphi = (\sin \varphi)' d\varphi = \cos \varphi d\varphi,$$

и продифференцируем выражение:

$$d \cos \varphi d\varphi = k d\lambda.$$

Поделим правую и левую часть на дифференциал длины волны:

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi},$$

и заметим, в левой части мы имеем выражение для угловой дисперсии:

$$D = \frac{k}{d \cos \varphi}. \quad (3.12)$$

Здесь

k – порядок спектра (k -ый главный максимум),

d – постоянная (период) решетки,

φ – угол, под которым мы наблюдаем данную длину волны.

Замечание: физический смысл угловой дисперсии – чем больше дисперсия, тем на больший угол разойдутся два близких по длине волны луча. Следовательно, мы сможем наблюдать больше информации в спектре (больше пиков, сигналов, спектральных линий) на одном и том же его участке.

5) Линейная дисперсия

$$D_l = \frac{dl}{d\lambda}, \quad (3.13)$$

где

dl – элементарное расстояние, на котором будут видны две линии, отличающиеся на элементарную длину волны $d\lambda$

Замечание: физический смысл – расстояние между линиями, полосами на экране, различающимися по длине волны на единицу (если длина волны в нм, а расстояние в мм, расстояние на экране в мм между линиями, длина волны которых отличается на 1 нм).

В первом приближении можно считать, что

$$D_l = FD, \quad (3.14)$$

где

F – фокусное расстояние линзы.

Тогда, подставляя сюда выражение для угловой дисперсии, имеем:

$$D_l = F \frac{k}{d \cos \varphi}$$

Более точная формула выглядит следующим образом:

$$D_l = \frac{F}{\cos^2 \varphi} \frac{k}{d \cos \varphi} = F \frac{k}{d \cos^3 \varphi}. \quad (3.15)$$

Вывод этой формулы будет приведён ниже. Однако, вследствие того, что речь обычно идёт о малых углах и $\cos \varphi \rightarrow 1$, величиной $\frac{1}{\cos^2 \varphi}$ (а иногда и величиной $\frac{1}{\cos^3 \varphi}$) обычно пренебрегают. Отсюда и выражение (3.14).

Вывод:

Рассмотрим изображение на экране с точки зрения геометрической оптики:

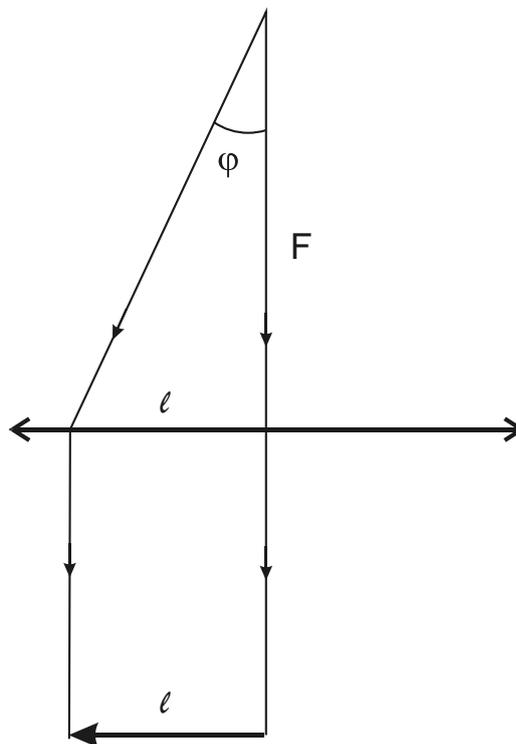


Рисунок 3.16
Фокус и фокусное расстояние

Очевидно, что линейное расстояние на экране линии от центра будет зависеть от угла, на который отклонился луч (Рисунок 3.16) следующим образом:

$$l = F \cdot \operatorname{tg} \varphi \Rightarrow$$
$$dl = d(F \cdot \operatorname{tg} \varphi) = F \cdot d(\operatorname{tg} \varphi) = \frac{F}{\cos^2 \varphi} d\varphi \Rightarrow$$
$$\frac{dl}{d\lambda} = \frac{F}{\cos^2 \varphi} \frac{d\varphi}{d\lambda} \approx F \frac{d\varphi}{d\lambda},$$

что и было сказано выше.

б) Разрешающая способность

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}. \quad (3.16)$$

Здесь

λ – длина волны,

$\delta\lambda$ – разница двух наиболее близких длин волн, которые еще разрешены (т.е. видны на экране по отдельности).

Даже если падающее на дифракционную решётку излучение имеет строго одну определённую длину волны, главные максимумы на экране не будут бесконечно тонкими линиями, а будут представлять собой полосы конечной ширины. Если представить изображённый на экране оптического

прибора (в первом приближении – дифракционная решётка, линза и экран), как зависимость интенсивности света от положения на экране (он в свою очередь определяется длиной волны излучения), то главный максимум можно описать гауссианом или Гауссовым колокольчиком – Гауссовой кривой, описывающей нормальное распределение в математической статистике.

Разрешенными считаются две длины волны, Гауссовы колокольчики или гауссианы, которые пересекаются (*перекрываются*) не ближе чем на полуширине.

Df. Полуширина – расстояние между стенками колокольчика на середине высоты.

На рисунке:

h – высота гауссиана (колокольчика),

h/2 – половина высоты.

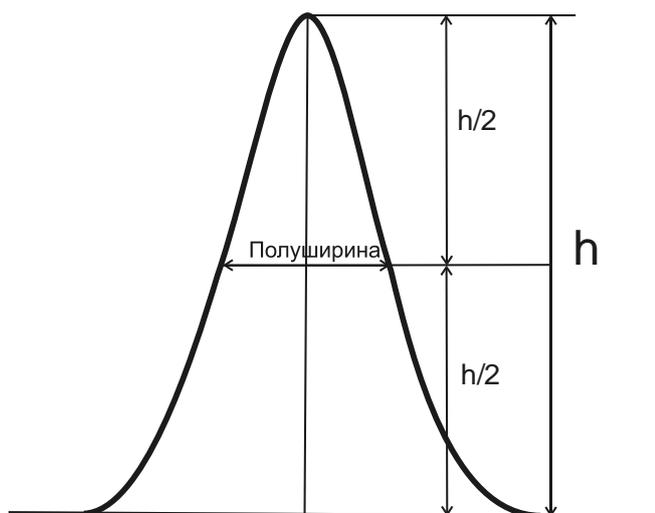


Рисунок 3.17
Полуширина гауссовой кривой

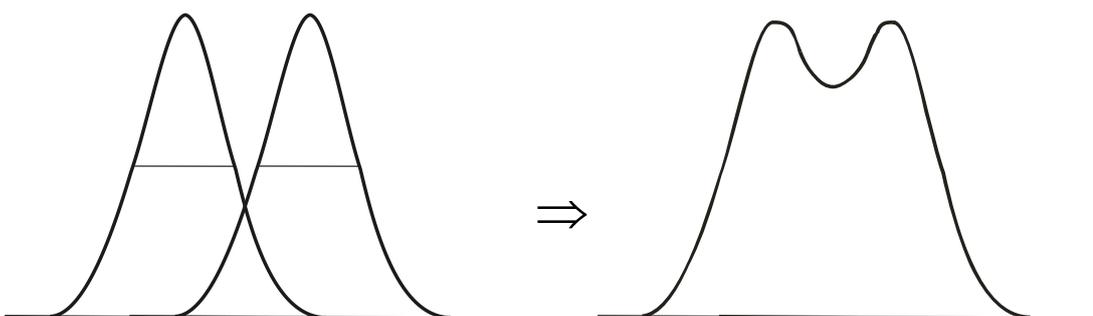


Рисунок 3.18
Разделённые полосы

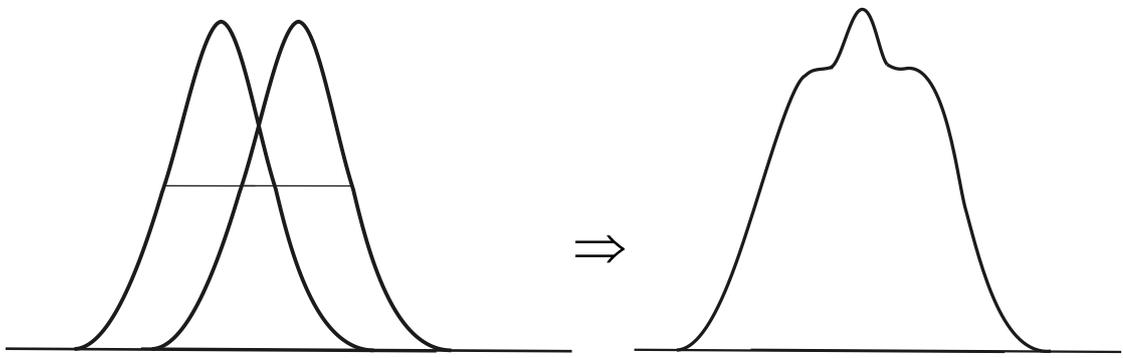


Рисунок 3.19
Неразделённые полосы

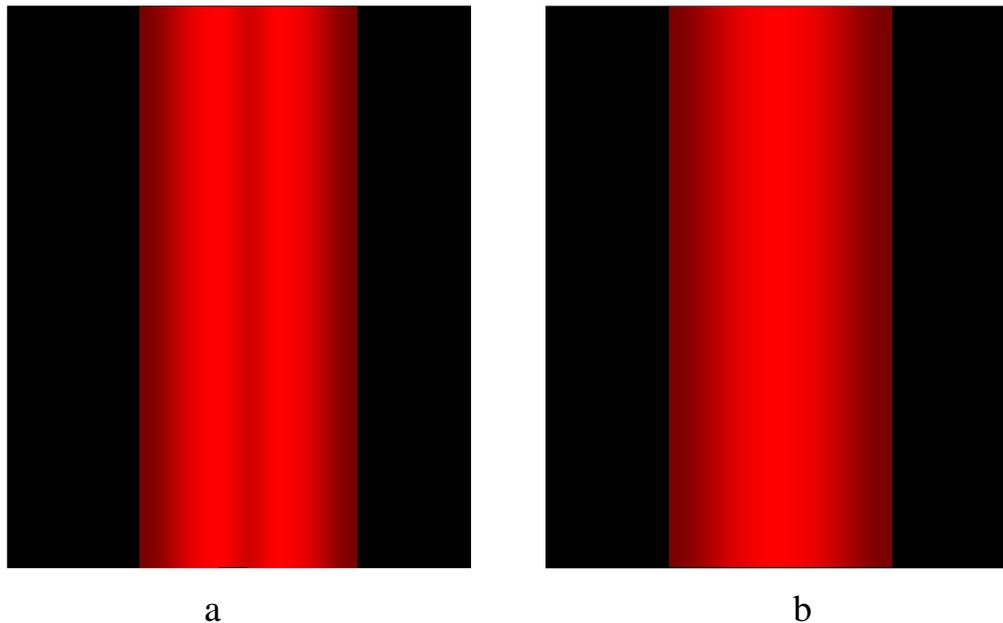


Рисунок 3.20

Визуальное представление на экране:

- a. разделённые пики,
- b. не разделённые пики.

Можно доказать (сделаем это ниже), что для разрешающей способности выполняется соотношение:

$$R = kN, \quad (3.17)$$

где

- N – общее число щелей,
- k – порядок спектра.

Данное утверждение следует из эмпирического критерия Рэля, который гласит: *две соседние линии в спектре будут разделены, если максимум одной из них приходится на минимум (или на начало) другой*. Если быть более точным, то надо сказать, что *главный максимум дифракционной картины одной линии должен совпадать с первым дифракционным минимумом другой линии (напомним, между 2-я главными максимумами находится $N-1$ -ого дифракционных минимума и дополнительных максимума)*. Рисунок 3.21 а. Это достаточно приближённый критерий. Как известно, у гауссовой кривой нет минимума и нет начала и конца. Именно поэтому, в качестве критерия и используется не *ширина*, а *полуширина* кривой. (Однако,

если аппроксимировать гауссианы, те есть пики треугольниками с вершинами лежащими в точках минимума, то эти треугольники будут пересекаться ровно на половине высоты – Рисунок 3.21 б) Но в первой приближении мы можем принять за ширину этой кривой удвоенное значение её полуширины. Расстояние до первого дифракционного минимума будет чуть больше, так что «провал» между максимумами составит 80%, чего вполне достаточно для того, чтобы различить две линии:

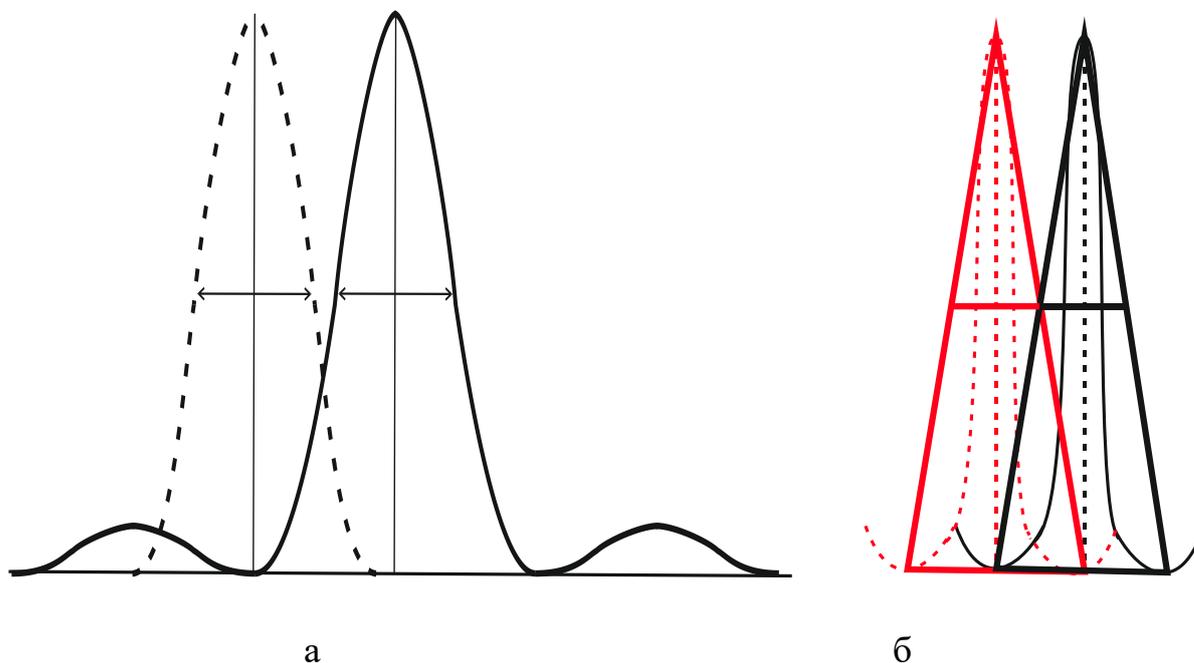


Рисунок 3.21
Признак (критерий) Рэлея

Для начала вспомним условие главных максимумов:

$$d \sin \varphi = k \lambda ,$$

и, считая, что угол дифракции мал, заменим в уравнении синус угла величиной самого угла:

$$(\varphi \ll 1) \Rightarrow \varphi \approx \sin \varphi .$$

В принципе, мы могли и не делать этого перехода и вместо величины $\Delta \varphi$, оперировать значениями $\Delta(\sin \varphi)$ для определения расстояния между соседними линиями спектра. Но в таком виде, с моей точки зрения, вывод будет более понятен. Тогда наше выражение примет вид:

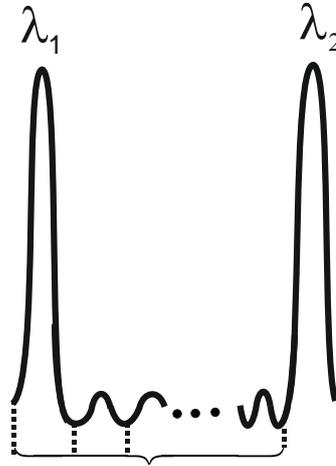
$$d \varphi = k \lambda .$$

Выразим отсюда угол, под которым у нас будет видна соответствующая линия в спектре:

$$\varphi = \frac{k}{d} \lambda .$$

Тогда угловое расстояние между двумя линиями (двумя главными максимумами) двух различных длин волн λ_1 и λ_2 будет выражаться, как:

$$\begin{aligned}\varphi_1 - \varphi_2 &= \frac{k}{d} \lambda_1 - \frac{k}{d} \lambda_2, \\ \varphi_1 - \varphi_2 &= \frac{k}{d} (\lambda_1 - \lambda_2), \\ \Delta\varphi &= \frac{k}{d} \Delta\lambda.\end{aligned}\tag{3.18}$$



**N штук максимумов,
столько же равных
интервалов от λ_1 до λ_2**

Рисунок 3.22
Расстояние между двумя главными максимумами

С другой стороны, это угловое расстояние должно равняться расстоянию от главного максимума до первого дополнительного минимума. Учитывая, что общее их число равно $N-1$, необходимо взять разницу угловых расстояний между двумя соседними главными максимумами (k -ым и $k+1$ -ым) и разделить его на N (см. Рисунок 3.22):

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_{k+1} - \varphi_k}{N} = \frac{\frac{k+1}{d} \lambda - \frac{k}{d} \lambda}{N} = \frac{k+1 - k}{N} \cdot \frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{Nd}.\tag{3.19}$$

Именно это угловое расстояние по критерию Рэля должно разделять две соседние линии. И его связь с длиной волны было получено нами чуть выше (см. (3.18)). Приравняем выражения (3.18) и (3.19):

$$\begin{aligned}\frac{k}{d} \Delta\lambda &= \frac{\lambda}{Nd}, \\ k\Delta\lambda &= \frac{\lambda}{N},\end{aligned}$$

$$kN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

Стоящая слева величина есть разрешающая способность дифракционной решётки.

Полученная формула и есть разрешающая способность дифракционной решётки:

$$R = kN .$$

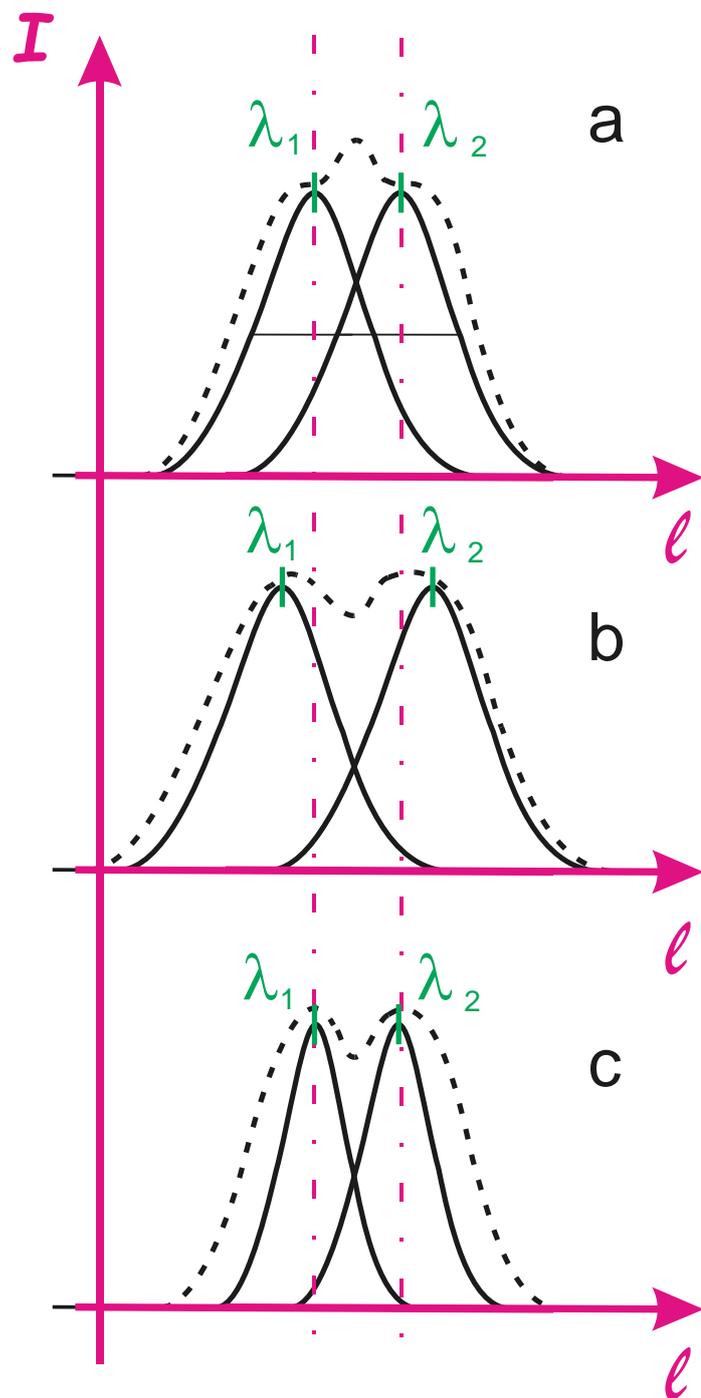


Рисунок 3.23
Различия в параметрах оптических приборов

Рассматривая различие влияния параметров оптических приборов на конечный результат можно привести следующий пример: на вышеприведённом рисунке линии в случае (a) не разделены, в случае (b) и (c) – разделены. При этом прибор в случае (b) обладает большей линейной дисперсией, что может быть следствием большей угловой дисперсии либо большего фокусного расстояния линзы. Прибор в случае (c) обладает той же дисперсией, но большей разрешающей способностью. На всякий случай напомним, что на графике изображена зависимость интенсивности света от положения, когда излучение состоит из волн с двумя конкретными длинами волн.

И так, рассматривая вышеприведённый пример, можно сказать, что для разрешения двух данных линий на приборе мы можем воспользоваться следующими путями решения проблемы:

- Увеличить линейную дисперсию прибора и для этого воспользоваться линзой с большим фокусным расстоянием – приобрести более дорогую систему фокусировки.
- Увеличить линейную дисперсию прибора и для этого увеличить угловую дисперсию. Это можно сделать двумя способами:
 - Уменьшить период дифракционной решётки – приобрести более дорогую (более качественную) дифракционную решётку.
 - Перейти на наблюдение данных линий в более большой порядок спектра (увеличить k) – чем больше порядок спектра, тем меньше интенсивность излучения, приходящегося на главные максимумы. Нам не придётся менять решётку, но, если мы фиксируем изображение не «на листе белой бумаги» или глядя глазом в окуляр, нам придётся приобретать более чувствительны и, следовательно, более дорогой, датчик – фотоэлемент, фотолинейку, фотоэлектронный умножитель.
- Увеличить разрешающую способность нашего прибора, для этого либо приобрести дифракционную решётку с большим количеством штрихов (более дорогую), либо перейти в больший порядок спектра (более дорогие фотодетекторы).

3.3. Понятие о голографии

В предыдущем разделе мы сказали, что линзу можно не только сделать из стекла, но и нарисовать на бумаге – амплитудная зонная пластинка Френеля. Линза даёт изображение точки, фактически восстанавливает в пространстве мнимый образ этого объекта (*с точки зрения наблюдателя, точка – есть объект, от которого во все стороны радиально расходятся отраженные лучи*). Если последовательно рисовать такие линзы, возможно, мы сможем нарисовать в пространстве весь объект – видимую часть тела, состоящую из светящихся точек.

Рассмотрим следующую схему эксперимента – пусть луч лазера (*источника когерентного излучения*) падает на светоделительную пластину. Одна половина излучения после этого направляется на прямую в точку наблюдения, где расположена фотопластина. Другая часть излучения через два зеркала направляется на предмет – материальную точку, и уже отражённое от неё излучение попадает, ту же же – на фотопластину. Прямой (*опорный*) пучок лазерного излучения будет интерферировать с отражённым (*предметным*) пучком. Из рисунка видно, что, если в центральной точке разность хода между пучками составляет целое число длин волн, то распределение минимумов и максимумов будет соответствовать зонам Френеля, а на фотопластине отобразиться (*зафиксируется*) «амплитудная зонная пластинка Френеля».

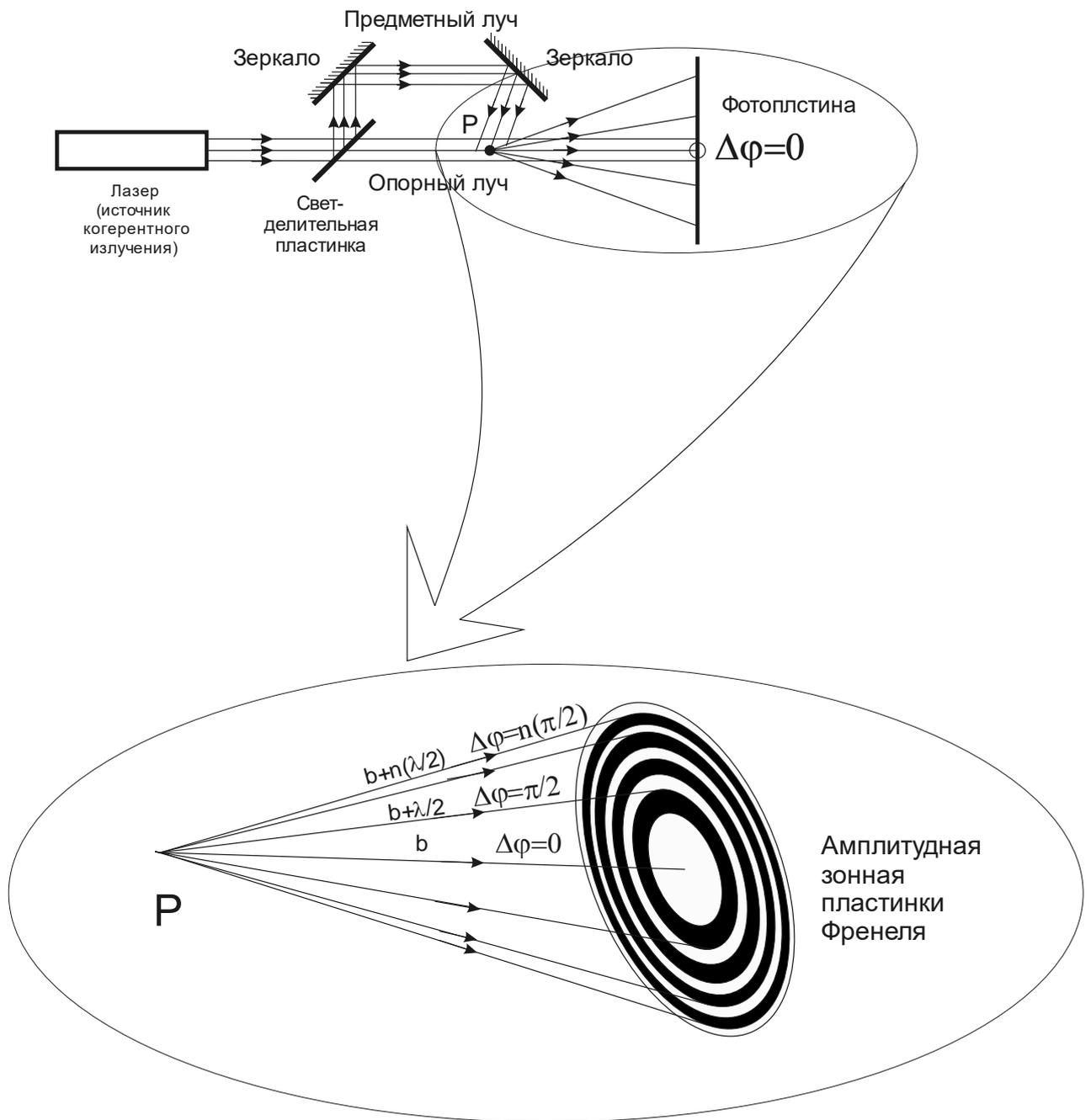


Рисунок 3.24
Запись голограммы точки – зонная пластинка Френеля

Теперь возьмём полученное изображение и, убрав предметный пучок, осветим проявленную фотопластину лазерным светом (*восстановим опорный пучок*). Пусть наше изображение будет нанесено на зеркало (*пусть пластинка Френеля, в данном случае, нарисована на зеркальной поверхности*). При этом фотопластину с изображением зонной пластинки Френеля начнёт работать, как собирающая линза (*на отражение*) – на месте, где располагалась материальная точка восстановится мнимое изображение точки – голограммы объекта.

В зависимости от способа получения и восстановления голограммы, возможны и другие варианты расположения образа. Образ может возникать как «за плоскостью» голограммы, так и до неё. Причём, восстановление может вестись как в проходящем, так и в отражённом свете.

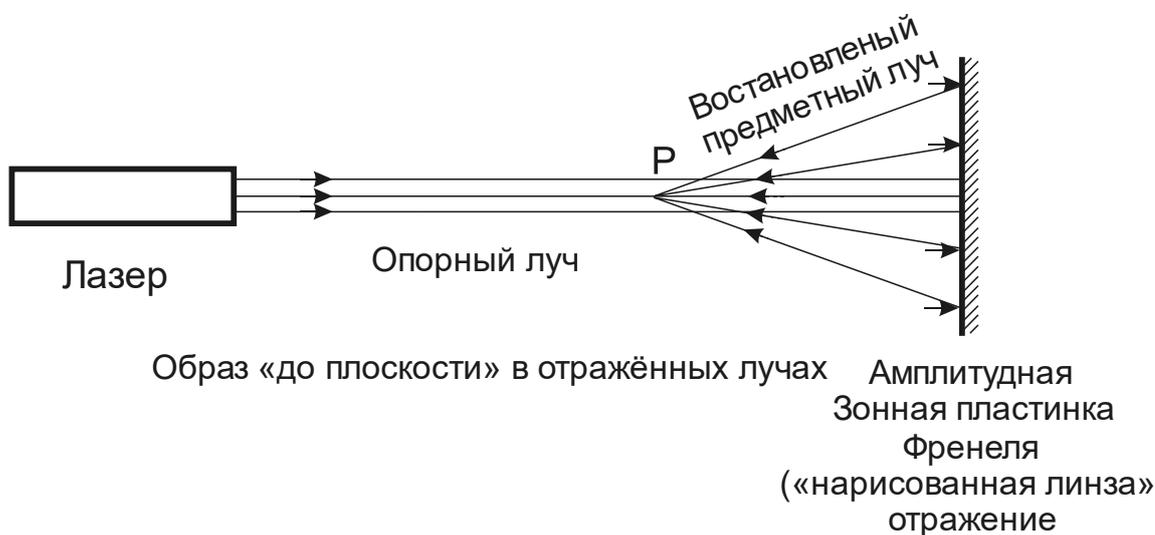


Рисунок 3.25
Восстановление голограммы (в отражённом свете)

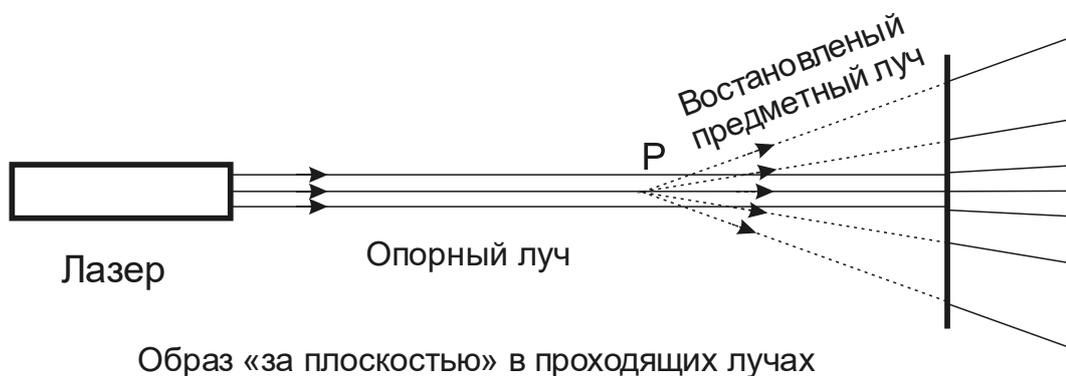


Рисунок 3.26
Восстановление голограммы в проходящем свете «за плоскостью»

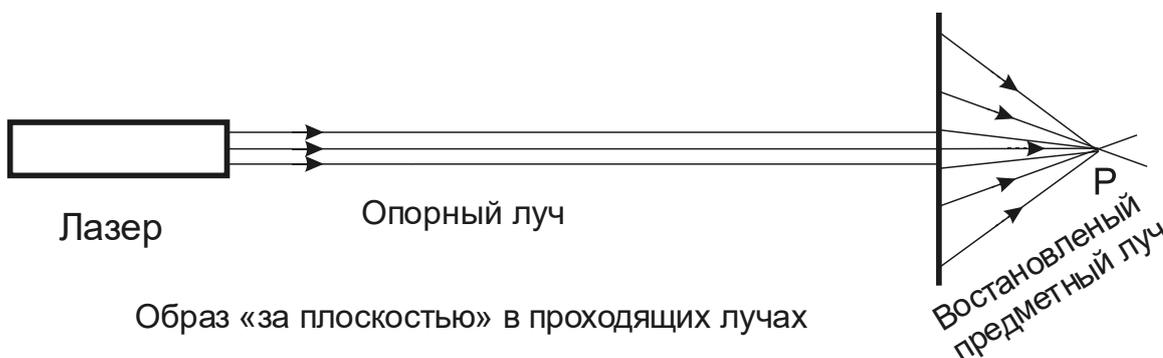


Рисунок 3.27
Восстановление голограммы в проходящем свете «до плоскости»

В общем случае, снимаемый предмет освещают лазерным светом. Но, в отличие от фотографии, для создания изображения не используется объектив. В точку, где располагается фотопластинка, помимо предметного пучка, направляется объектный тучёк – луч лазера, напрямую поступающий от лазера и минующий процесс отражения от объекта. На фотопластине фиксируется не «изображение объекта», а полученная дифракционная картина. Говорят, что фотографируется не амплитудная, а фазовая картина. За счёт того, что

излучение, пришедшее от разных точек объекта, имеет свою разность хода с опорным пучком, интерференционная картина создаёт свою, уникальную «зонную пластинку».

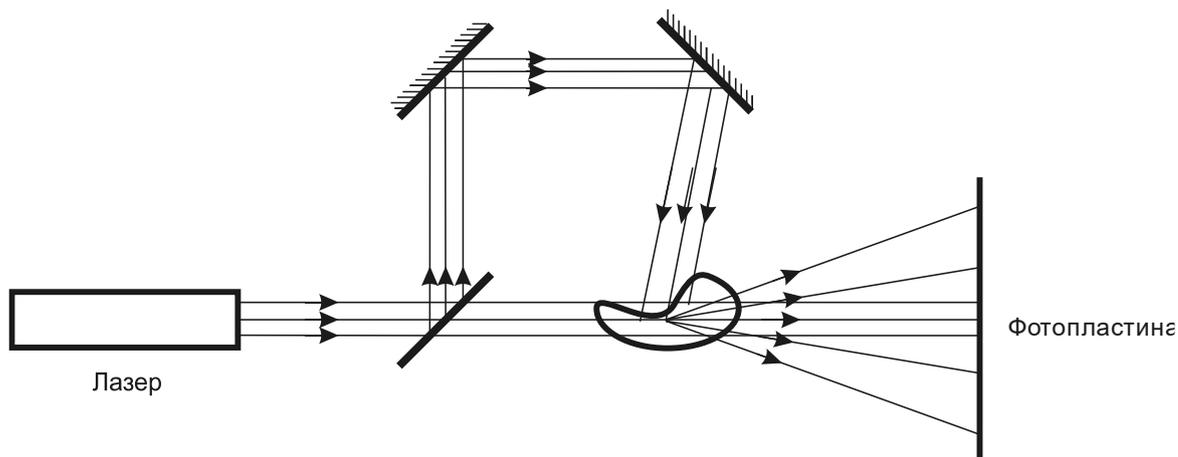


Рисунок 3.28
Запись голограммы объекта

После проявления фотопластины и восстановления опорного пучка, на в пространстве восстанавливается образ исходного предмета.

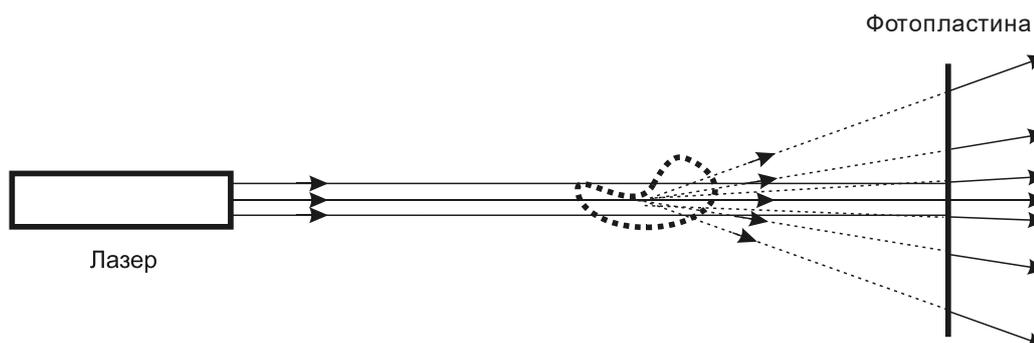


Рисунок 3.29
Восстановление голограммы объекта

Исходно, восстановление голограммы было возможно только в лазерном свете. Причём, том же (*длина волны, и т.д.*), что и в процессе съёмки. На сегодняшний день существуют методы получения голограмм, которые могут быть восстановлены не в лазерном (*когерентном*), а в обычном, белом свете. При этом соответствующую дифракцию испытывают только лучи соответствующей длины волны. Все остальные длины волн (*найдите аналогию с интерференцией при получении Колец Ньютона на самой пластинке, на которой расположена линза...*) создают лишь небольшой фон засветки.

Сейчас существуют так же и цветные голограммы (*данный объект, как Вы понимаете рассчитан на восстановление определённой длины волны и, следовательно, имеет определённый цвет*). Они, в первом приближении, представляют собой наложение одна на другую трёх голограмм трёх различных цветов. Складываясь в нашем глазу, картинка превращается в цветной образ. При современной мощности компьютеров появилась

возможность просто рассчитывать саму голограмму и печатать затем её на соответствующий носитель. На этом принципе основы все «защитные голограммы». «Защитные» – по тому, что процесс, всё же, достаточно трудоёмкий для кустарной печати.

4. Дисперсия света

4.1. Дисперсия, как явление

Df: **Дисперсия** – это зависимость фазовой скорости электромагнитной волны (света) от частоты.

$$v_{\phi} = v_{\phi}(\omega)$$

как было указано выше

$$\begin{cases} n = \frac{c}{v_{\phi}} \\ v_{\phi} = f'(\omega) \end{cases} \Rightarrow n = \frac{c}{v_{\phi}} = \frac{c}{f'(\omega)} = f(\omega)$$

В общем случае под дисперсией понимается:

$$v_{\phi} = f'(\omega), \quad (4.1)$$

$$n = f(\omega), \quad (4.2)$$

$$n = F(\lambda), \quad (4.3)$$

$$v_{\phi} = F'(\lambda). \quad (4.4)$$

Следствием этого является закон преломления и разложение света в спектр при прохождении призмы (школьное понимание понятия дисперсии):

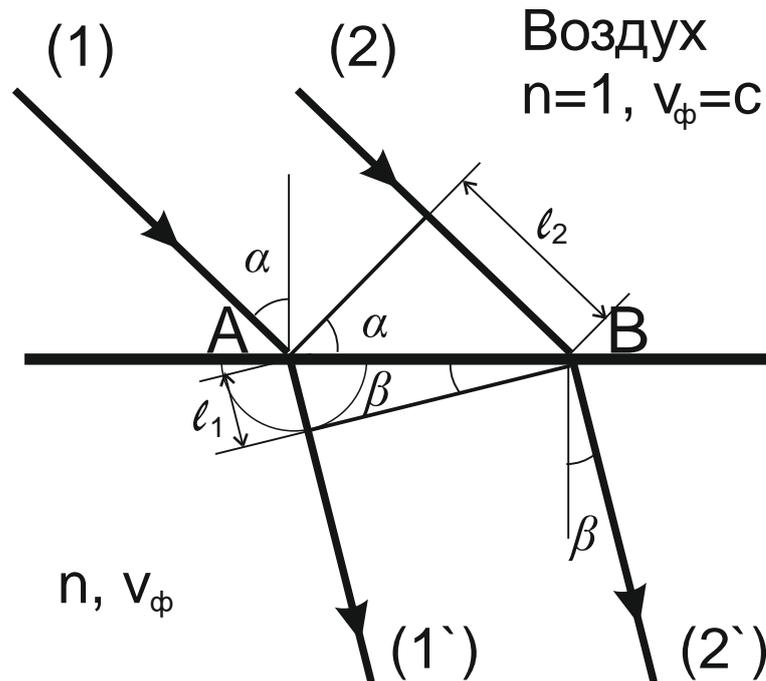


Рисунок 4.1

Закон преломления света – вывод формулы

Поскольку фазовая скорость в воздухе и в среде отличаются, за одно и то же время t волна в среде, луч (1') пройдет расстояние l_1 , а волна в воздухе, луч (2) расстояние l_2 . Напомним, что луч – есть перпендикуляр к волновому фронту. Таким образом, волновой фронт повернёт относительно направление своего предыдущего движения.

$$l_1 = |AB| \cdot \sin \beta, l_2 = |AB| \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{|AB| \cdot \sin \alpha}{|AB| \cdot \sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$l_1 = v_\phi \cdot t, l_2 = c \cdot t \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \frac{c \cdot t}{v_\phi \cdot t} = n$$

$$\begin{cases} \frac{l_2}{l_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{l_2}{l_1} = n \end{cases} \Rightarrow$$

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (4.5)$$

Показатель преломления равен отношению синуса угла падения к синусу угла преломления.

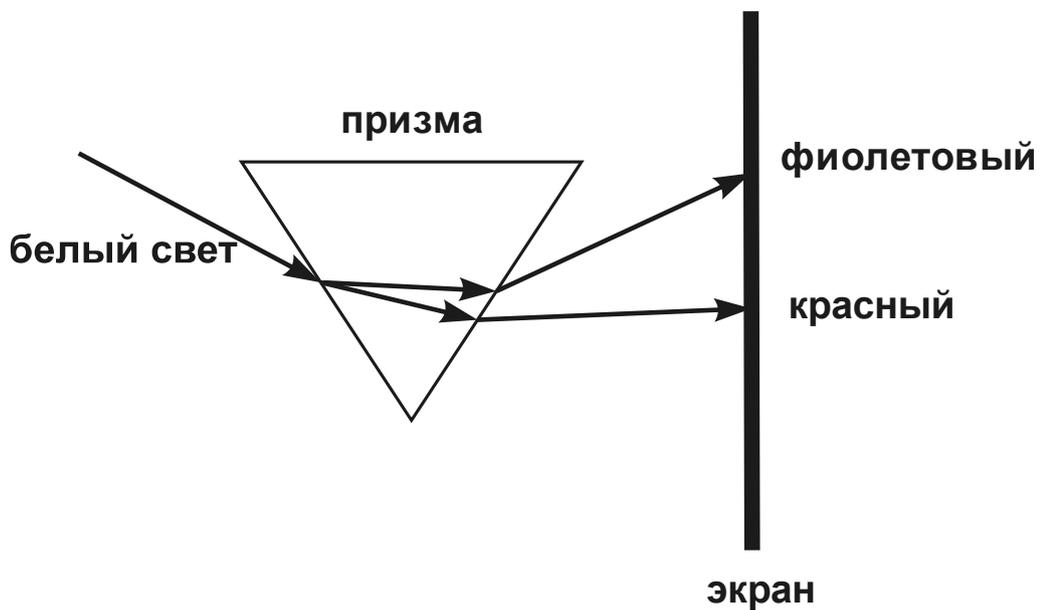


Рисунок 4.2

Разложение света в спектр на призме – следствие закон преломления и явления дисперсии

Различают *нормальную* и *аномальную* дисперсию.

Нормальная дисперсия

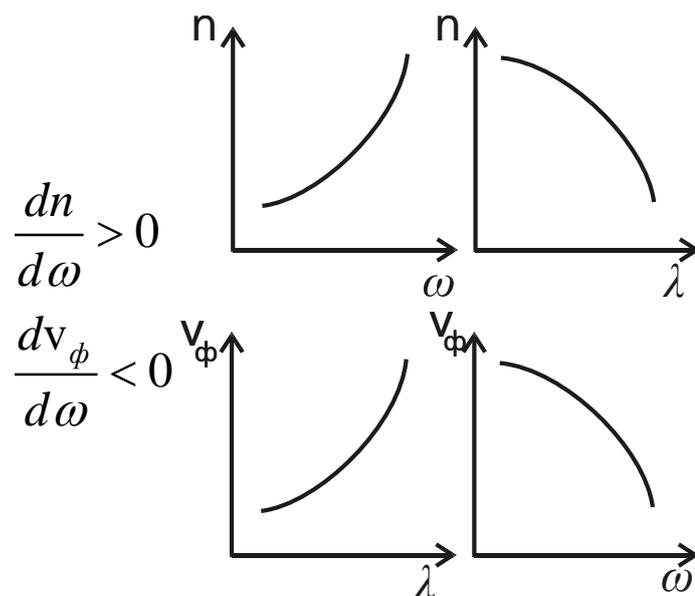


Рисунок 4.3
Нормальная дисперсия

На большей части спектра (*при прохождении луча через вещество*) имеет место нормальная дисперсия.

Аномальная дисперсия

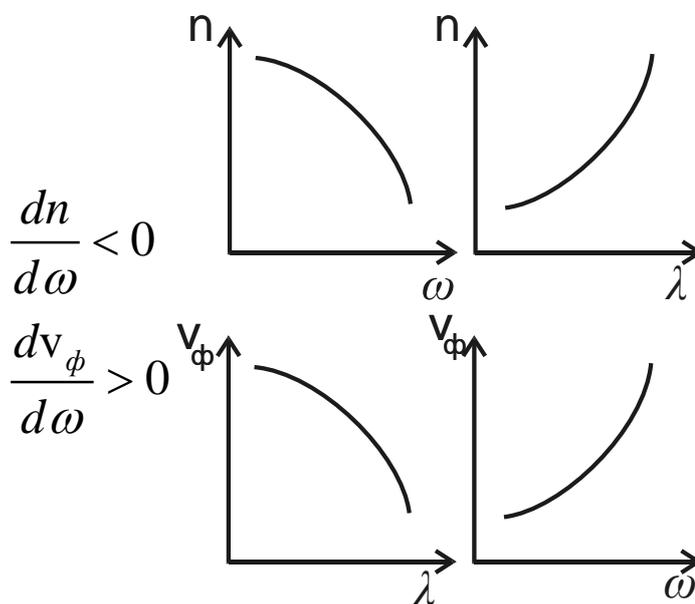


Рисунок 4.4
Аномальная дисперсия

Аномальная дисперсия имеет место вблизи частот интенсивного поглощения излучения.

4.2. Электромагнитная или элементарная теория дисперсия

Для вывода формулы расчёта зависимости фазовой скорости и показателя преломления от частоты, вспомним, что (см. «Электромагнитная волна»):

$$n \approx \sqrt{\varepsilon}. \quad (4.6)$$

Напомним. Дифференциальное уравнение, описывающее волновой процесс (волновое уравнение) имеет вид:

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad \Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

где v – скорость волны.

Из уравнений Максвелла вытекает, что электромагнитное поле подчиняется следующему уравнению:

$$\Delta \bar{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}.$$

Это волновое уравнение. Причём

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}}$$

– фазовая скорость электромагнитной волны.

В случае распространения волны в вакууме имеем:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}},$$

так как диэлектрическая и магнитная проницаемость в данном случае отсутствуют.

По определению показатель преломления:

$$n = \frac{c}{v_\phi}.$$

Подставляя значения той и другой величины, получаем:

$$n = \frac{1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}{1/\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}} = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}{\varepsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\varepsilon \mu}.$$

И, учитывая, что для всех веществ, кроме ферромагнетиков магнитная проницаемость близка к единице, получаем

$$n \approx \sqrt{\varepsilon}.$$

Будем искать ε как функцию частоты $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ и рассматривать взаимодействие электромагнитной волны с заряженными осцилляторами, имеющими резонансные частоты ω_{0i} . В простейшем варианте рассматриваются незатухающие колебания этих осцилляторов. Именно для этого случая мы и приведём конечную формулу. Более точный результат даёт рассмотрение случая с диссипативными силами, где резонанс уже не приводит к бесконечно большой амплитуде.

Схема наших дальнейших рассуждений:

1. Распространяющаяся в веществе электромагнитная волна взаимодействует с заряженными электронами, которые способны совершать колебания около положения равновесия.

2. Рассмотрим действующую на эти электроны силу Кулона.

$$\bar{F} = q\bar{E}$$

3. Рассмотрим их вынужденные колебания под действием этой силы, определим амплитуду и сдвиг фаз этих колебаний.

4. Запишем уравнение этих колебаний, как зависимость координаты электрона от времени; выразим эту координату, как функцию изменяющейся во времени напряжённости электрического поля.

$$x = x(t) \Rightarrow x = x(E(t))$$

5. Определим электрический (*дипольный*) момент нашей системы в зависимости от времени, считая, что центр положительных зарядов расположен в точке равновесия электрона.

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^N q_i \bar{r}_i \Rightarrow \bar{p} = \sum_{i=1}^N q_i x_i(t) = \sum_{i=1}^N q_i x_i(E(t))$$

6. Определим поляризованность (*по определению, как средний по объёму электрический момент*), как функцию напряжённости электрического поля.

$$\bar{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \bar{p}_i \Rightarrow \bar{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \bar{p}_i(E(t))$$

7. Вспомним, что поляризованность пропорциональна напряжённости электрического поля и определим из этих соображений диэлектрическую восприимчивость среды; учитывая, что поляризуемость, в итоге, линейно зависит от напряжённости, напряжённость сокращается.

$$\bar{P} = \chi \varepsilon_0 \bar{E} \Rightarrow \chi = \frac{P(t)}{\varepsilon_0 E(t)} = \frac{P(E(t))}{\varepsilon_0 E(t)} = \frac{P'(t) \cdot \cancel{E(t)}}{\varepsilon_0 \cancel{E(t)}}$$

8. из диэлектрической восприимчивости среды определим (*по определению*) диэлектрическую проницаемость среды

$$\varepsilon = 1 + \chi$$

И так, более подробно. Пусть в веществе распространяется электромагнитная волна. В этом случае на наш осциллятор в будет действовать сила, равная произведению напряжённости электрического поля на заряд осциллятора.

$$\bar{F} = q\bar{E}$$

Поскольку в каждой точке волны мы имеем гармонические колебания того параметра, который рассматривается, как изменяющийся в нашей волне, напряжённость поля будет меняться по гармоническому закону. По тому же закону будет меняться и сила, действующая на осциллятор. В итоге, имеем вынужденные колебания нашего осциллятора.

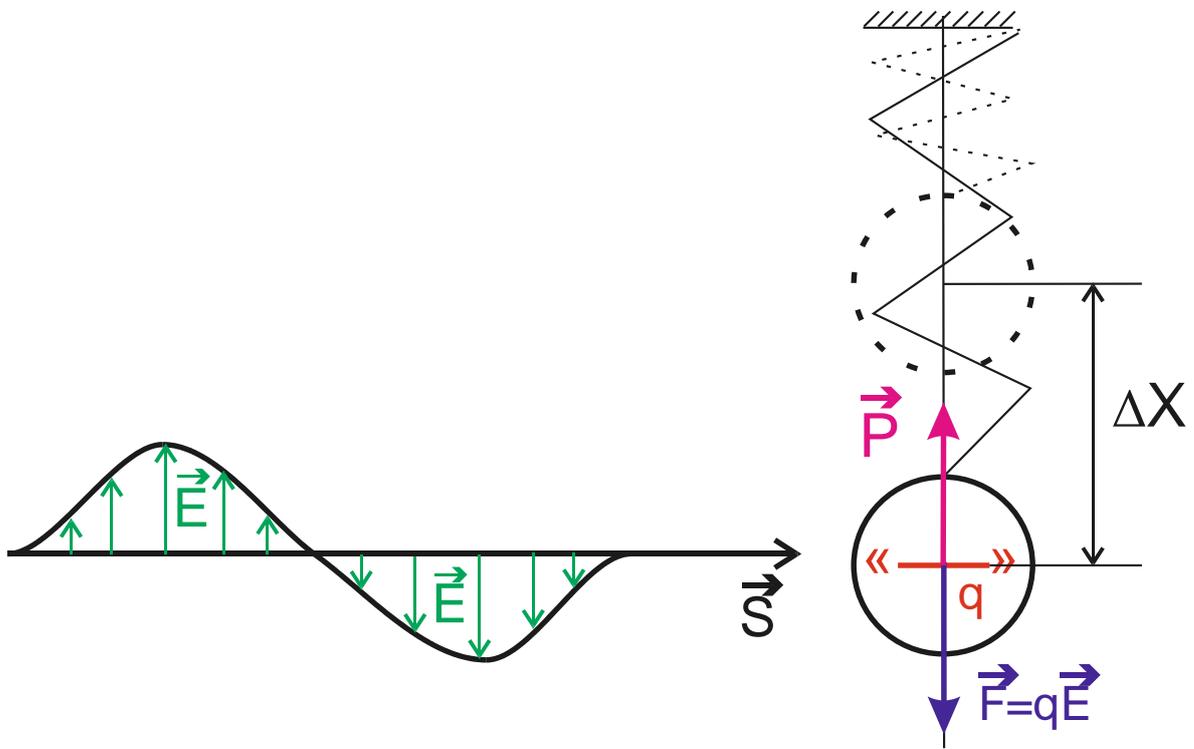


Рисунок 4.5

Взаимодействие электромагнитной волны с заряженными асцилляторами
(классическое представление для электронов)

- \vec{E} – напряжённость электрического поля,
- \vec{S} – вектор Пойнтинга,
- q – заряд,
- \vec{F} – сила Кулона,
- \vec{P} – электрический (дипольный) момент,
- X – смещение от положения равновесия.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \Rightarrow \nabla(x, y, z): \vec{F} = -e\vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}), q = -e.$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_{0i} x = -eE_0 \cos(\omega t) \Rightarrow x = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$A = \frac{\overbrace{-eE_0/m_e}^{f_0}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \beta = 0 \Rightarrow A = \frac{-eE_0/m_e}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

– амплитуда вынужденных колебаний.

Сдвиг фаз, в данном случае (для колебаний без учёта затухания), равен нулю:

$$\varphi_0 = \arctg \frac{\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}, \beta = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

$$x = \frac{-eE_0/m_e}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos(\omega t + \varphi) = \frac{-e/m_e}{\omega_0^2 - \omega^2} \underbrace{E_0 \cos(\omega t)}_E = \frac{-e/m_e E(t)}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Мы заметили, что величина справа от дроби есть напряжённость электрического поля в волне.

Рассмотрим величину, которую мы в своё время назвали электрическим или дипольным моментом:

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^N q_i \bar{r}_i$$

Поскольку все колебания происходят вдоль одной оси и, следовательно, вектора коллинеарные, можем сразу перейти к проекциям и заменить проекцию радиус-вектора на значения смещение от положения равновесия в процессе колебаний:

$$\begin{aligned} \bar{p} = \sum_{i=1}^N q_i \bar{r}_i &\Rightarrow p = \sum_{i=1}^N q_i x_i(t) = \sum_{i=1}^N -e x_i(t) = \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{-e \cdot (-e/m_e) \cdot E(t)}{\omega_{0i}^2 - \omega^2} = \sum_{i=1}^N \frac{e^2/m_e \cdot E(t)}{\omega_{0i}^2 - \omega^2} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Рассчитаем поляризованность, поделив полученное выражение на объём и, для этого, умножим каждое слагаемое под суммой на концентрацию соответствующих электронов (концентрацию электронов с соответствующей резонансной частотой).

$$\bar{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \bar{p}_i \Rightarrow P = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N p_i = \sum_{i=1}^N \frac{n_{oi} e^2/m_e \cdot E(t)}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)} \quad (4.8)$$

По определению диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon = 1 + \chi,$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость среды.

Учитывая, что:

$$\bar{P} = \chi \varepsilon_0 \bar{E} \Rightarrow \chi = \frac{P(t)}{\varepsilon_0 E(t)},$$

подставим сюда предыдущую формулу:

$$\chi = \frac{P(t)}{\varepsilon_0 E(t)} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{n_{oi} e^2/m_e \cdot \cancel{E(t)}}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}}{\varepsilon_0 \cancel{E(t)}} = \sum_{i=1}^N \frac{n_{oi} e^2/m_e}{\varepsilon_0 (\omega_{0i}^2 - \omega^2)} \quad (4.9)$$

Подставляя в формулу для диэлектрической проницаемости, получаем:

$$n^2 = \varepsilon = 1 + \chi = 1 + \sum_{i=1}^N \frac{n_{0i} e^2 / m_e}{\varepsilon_0 (\omega_{0i}^2 - \omega^2)} = 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{n_{0i} e^2}{m_e (\omega_{0i}^2 - \omega^2)},$$

$$n^2 = 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{n_{0i} e^2}{m_e (\omega_{0i}^2 - \omega^2)}. \quad (4.10)$$

n_{0i} концентрация электронов с резонансной частотой ω_0

$$\frac{1}{\omega_{0i}^2 - \omega^2} = \infty. \quad (4.11)$$

Замечание. К вопросу об оптической анизотропии веществ (раздел «поляризация»). Мы показали, как фазовая скорость электромагнитной волны и, как следствие, коэффициент преломления зависят от свойств отдельных осцилляторов – электронов при классическом рассмотрении. А теперь пусть эти осцилляторы будут способны совершать колебания независимо в трёх различных направлениях. Фазовая скорость и коэффициент преломления в полученной нами формуле зависят (в конечном счёте) от собственных (резонансных) частот колебаний этих осцилляторов. Вспомним, что собственная частота колебаний для пружинного маятника (а именно в таком виде мы рассматривали электроны в данном случае) зависит от коэффициента упругости, а, следовательно, и длины нашей пружины:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

А теперь пусть длины связей между атомами, а, следовательно, и жёсткость пружин, различны в нашем кристалле по трём пространственным направлениям. В итоге различными будут и фазовые скорости электромагнитных волн, поляризованных в плоскостях данных колебаний. Точнее, волна с колебаниями в произвольном направлении разложится на проекции параллельные данным направлениям, которые будут двигаться с разными фазовыми скоростями.

Вернёмся к полученной формуле зависимости показателя преломления от циклической частоты (к формуле, полученной в ходе рассмотрения элементарной теории дисперсии). График полученной функции изображен ниже. Показатель преломления (на графике квадрат показателя преломления) возрастает при приближении частоты к резонансному значению. В модели, рассмотренной нами, в приведённой формуле, при частоте, равной резонансному значению, функция претерпевает разрыв. Она асимптотически стремится к плюс бесконечности слева от резонансной частоты и возвращается из – бесконечности справа (пунктирное продолжение кривой на графике). Если вместо модели, где отсутствуют диссипативные силы и колебания шарика незатухающие, рассмотреть колебания с затуханием, резонанс уже не будет приводить к бесконечной амплитуде и функция станет конечной на всей области определения (сплошной график). В этом случае вблизи резонансной частоты, функция зависимости показателя преломления

от частоты будет претерпевать резкое падение. Этот участок спектра и есть участок аномальной дисперсии, а участок её последующего роста вплоть до следующего максимума – участок нормальной дисперсии.

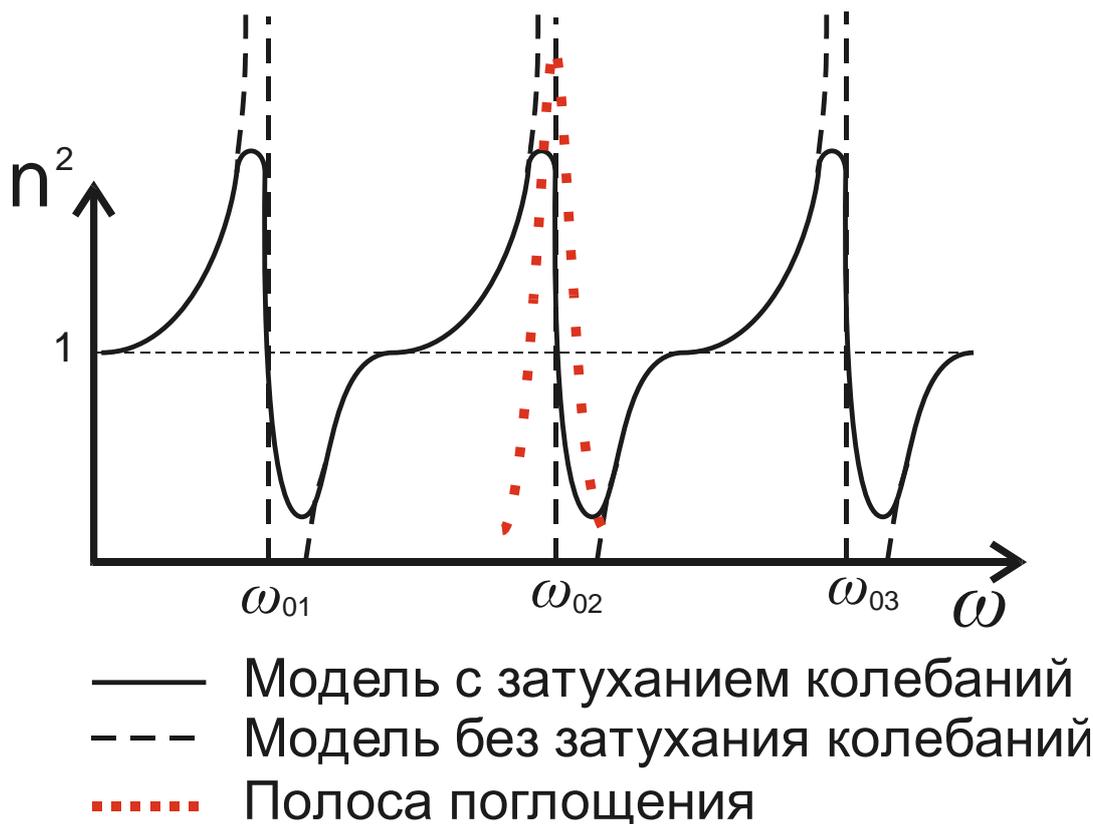


Рисунок 4.6

Нормальная и аномальная дисперсия света, как результат расчёта по модели

4.3. Групповая скорость и явление дисперсии

Рассмотрим соотношение фазовой и групповой скоростей в диспергирующих и недиспергирующих средах (*в среде с наличием и без наличия дисперсии*).

Напомним. Мы рассматривали в общей теории волн, что в случае отсутствия дисперсии, то есть, когда фазовая скорость не зависит от частоты, фазовая и групповая скорости будут совпадать:

$$v_{\text{групп.}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\omega}{d(\omega/v_\phi)} = \frac{\cancel{d\omega}}{1/v_\phi \cdot \cancel{d\omega}} = v_\phi \quad (4.12)$$

Посмотрим, как будет обстоять дело в случае наличия дисперсии. В каком случае фазовая скорость будет превосходить групповую, а в каком будет меньше её? Вычислим групповую скорость, как производную циклической частоты по волновому числу (*будем считать это её определением*):

Из определения волнового числа:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v_\phi} \Rightarrow \omega = kv_\phi.$$

Тогда имеем:

$$v_{gp} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv_\phi)}{dk} = v_\phi + \frac{dv_\phi}{dk} k = v_\phi - \frac{dv_\phi}{2\pi/\lambda^2 d\lambda} \frac{2\pi}{\lambda} = -\frac{dv_\phi}{d\lambda} \lambda + v_\phi.$$

Здесь в предпоследнем преобразовании мы перешли от дифференциала волнового числа к дифференциалу длины волны по следующей формуле:

$$dk = d\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) = -\frac{2\pi}{\lambda^2} d\lambda.$$

Получили формулу, связывающую групповую и фазовую скорости:

$$v_{gp} = v_\phi - \frac{dv_\phi}{d\lambda} \lambda.$$

Глядя на это выражение, мы уже можем сказать, что в случае нормальной дисперсии групповая скорость будет больше фазовой, а в случае аномальной дисперсии групповая скорость будет меньше фазовой:

Нормальная дисперсия: $\frac{dn}{d\omega} > 0, \frac{dv_\phi}{d\omega} < 0 \Rightarrow \frac{dv_\phi}{d\lambda} > 0, v_{gp} < v_\phi$

Аномальная дисперсия: $\frac{dn}{d\omega} < 0, \frac{dv_\phi}{d\omega} > 0 \Rightarrow \frac{dv_\phi}{d\lambda} < 0, v_{gp} > v_\phi.$

Здесь мы, конечно же, предположили, что длина волны убывает с ростом частоты (*больше частота, следовательно меньше период колебаний, следовательно за один период волна проходит меньшее расстояние...*). На самом деле, особенно в контексте данного изложения, данный факт не совсем очевиден. Но вынесем этот вопрос за скобки. *Точнее, приведём некоторые рассуждения мелким шрифтом и остановимся на этом.*

Для разнообразия попробуем честно выразить групповую скорость через фазовую и её величину её производной по частоте. Вычислим дифференциал длины волны (считая её функцией частоты), как частного двух функций:

$$\begin{aligned} \lambda = \frac{2\pi v_\phi}{\omega} &\Rightarrow d\lambda = 2\pi \frac{dv_\phi/d\omega \cdot \omega - v_\phi \cdot d\omega}{\omega^2} d\omega = \\ &= 2\pi \frac{\omega \cdot dv_\phi/d\omega - v_\phi}{\omega^2} d\omega \end{aligned}$$

и подставим во второе слагаемое полученной формулы:

$$\frac{dv_\phi}{d\lambda} = \frac{dv_\phi}{2\pi \left(\frac{\omega \cdot dv_\phi/d\omega - v_\phi}{\omega^2} \right) d\omega} =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{\omega^2}{\omega \cdot \frac{dv_\phi}{d\omega} - v_\phi} \cdot \frac{dv_\phi}{d\omega} = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega}{\frac{dv_\phi}{d\omega} - \frac{v_\phi}{\omega}} \cdot \frac{dv_\phi}{d\omega}.$$

Очевидно, что наше утверждение, что:

$$\frac{dv_\phi}{d\omega} < 0 \Rightarrow \frac{dv_\phi}{d\lambda} > 0, \quad \frac{dv_\phi}{d\omega} > 0 \Rightarrow \frac{dv_\phi}{d\lambda} < 0$$

справедливо только, если

$$\frac{dv_\phi}{d\omega} < \frac{v_\phi}{\omega}.$$

Если же фазовая скорость растёт с частотой слишком быстро, наш очевидный факт будет совсем не очевиден. Однако, оставим подробности этих рассуждений, тем более что данный факт возможен лишь в области очень сильной аномальной дисперсии, где понятие групповой скорости вообще не корректно.

И так, ещё раз. Ряд утверждений:

1) Если дисперсия отсутствует:

$$\frac{dv_\phi}{d\omega} = 0 \Rightarrow v_{gp} = v_\phi \quad (4.13)$$

2) В присутствии дисперсии:

$$v_{gp} \neq v_\phi \quad (4.14)$$

При этом:

3) При нормальной дисперсии:

$$\frac{dv_\phi}{d\omega} < 0, \quad \frac{dv_\phi}{d\lambda} > 0, \quad v_{gp} < v_\phi \quad (4.15)$$

4) При аномальной дисперсии:

$$\frac{dv_\phi}{d\omega} > 0, \quad \frac{dv_\phi}{d\lambda} < 0, \quad v_{gp} > v_\phi \quad (4.16)$$

Надо отметить следующий факт:

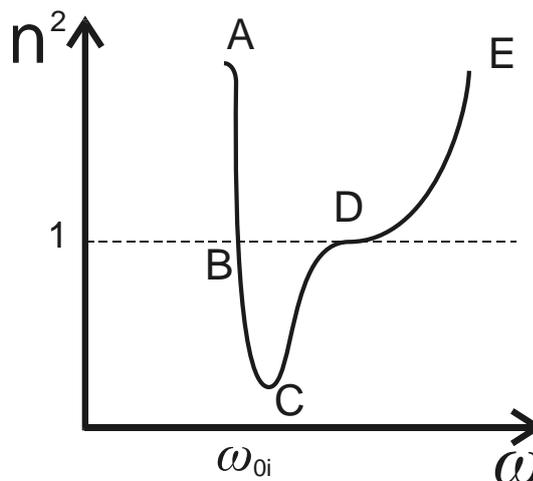


Рисунок 4.7

Фазовая и групповая скорости световой волны на различных участках кривой дисперсии

$$DE : n > 1 \Rightarrow c > v_{\phi}, v_{гр.} < v_{\phi} < c \Rightarrow v_{гр.} < c \text{ (соответствует СТО)}.$$

На участке **DE** показатель преломления n больше единицы, и, следовательно, фазовая скорость меньше скорости распространения света в вакууме c (максимально возможной скорости распространения сигнала с точки зрения Специальной Теории Относительности). Групповая скорость меньше фазовой, и, следовательно, меньше скорости света в вакууме – всё укладывается в здравый смысл.

$$CD : n < 1 \Rightarrow c < v_{\phi}, v_{гр.} < v_{\phi},$$

$$\left. \begin{array}{l} v_{гр.} < v_{\phi} \text{ (из ф-лы дисперсии)} \\ v_{гр.} < c \text{ (СТО)} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{нет противоречий!}$$

(соответствует СТО).

На участке **CD** показатель преломления n меньше единицы, фазовая скорость больше c . Но групповая скорость меньше фазовой и не превышает c . Само же понятие фазовой скорости, в данном случае, является чисто математическим.

$$\left. \begin{array}{l} AB : n > 1 \Rightarrow c > v_{\phi}, v_{гр.} > v_{\phi} \\ v_{гр.} < c \text{ (СТО)} \end{array} \right\} \Rightarrow v_{\phi} < v_{гр.} < c \text{ (соответствует СТО)}.$$

На участке **AB** показатель преломления n больше единицы, фазовая скорость меньше c . И, хотя групповая скорость и превосходит фазовую, но не скорость света в вакууме c .

$$BC : n < 1 \Rightarrow c < v_{\phi}, v_{гр.} > v_{\phi} > c \Rightarrow v_{гр.} > c \Rightarrow \nexists v_{гр.}$$

(иначе противоречие с СТО).

На участке **BC** показатель преломления n меньше единицы, фазовая скорость больше скорости света в вакууме c , при этом групповая должна превосходить фазовую. **BC** соответствует зоне интенсивного поглощения света и говорить о скорости распространения сигнала здесь просто не корректно. Следовательно, и понятие групповой скорости теряет всякий смысл.

В итоге коротко:

AB	$v_{\phi} < v_{гр.} < c$	Всё нормально!
BC	$v_{гр.} > v_{\phi} > c$	$v_{гр.} > c \Rightarrow \nexists v_{гр.}$ Нет распространения световой волны, вся энергия поглощается
CD	$v_{гр.} < c < v_{\phi}$	v_{ϕ} – чисто математическая величина, не связанная с перемещением материи или информации
DE	$v_{гр.} < v_{\phi} < c$	Всё нормально!

5. Поляризация света

5.1. Понятие поляризации

Поляризация – явление характерное для любой поперечной волны.

Df. Поляризация – это то или иное упорядоченное колебание в поперечной волне.

Бывает плоская (или линейная) и круговая поляризация (или по кругу). Ещё промежуточный случай – эллиптическая поляризация. Плоская и круглая – частные случаи эллиптической поляризации, эллиптическая – сумма круговой и плоской поляризаций.

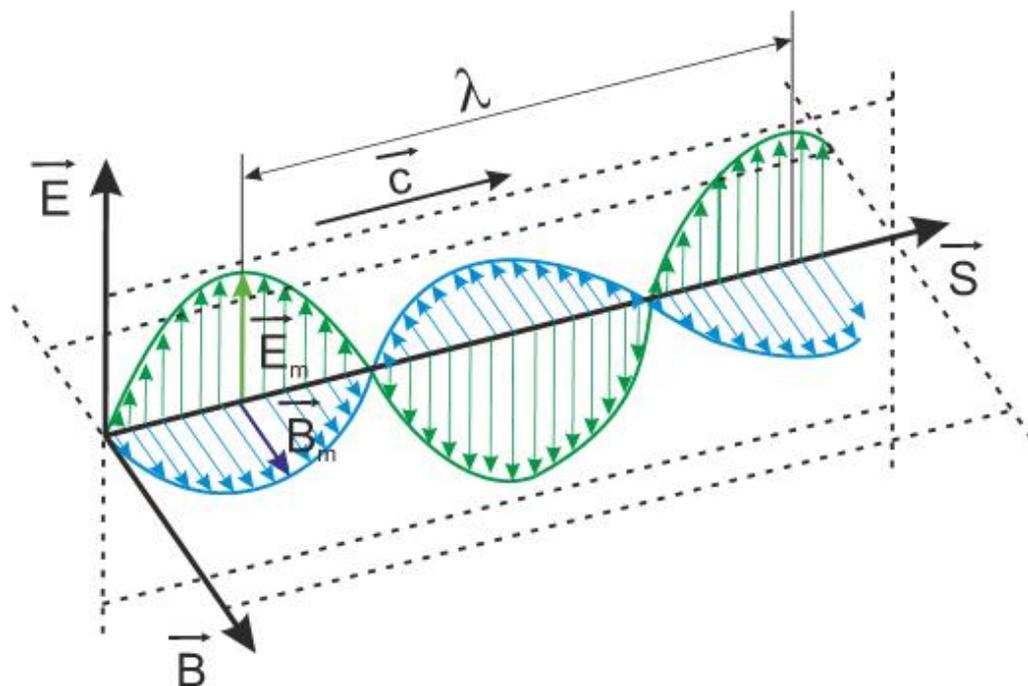


Рисунок 5.1
Электромагнитная волна

Замечание. Внимание! Если длина этой красивой синусоиды не превышает длины цуга, и, прежде всего, если мы говорим о какой-то конкретной точке, а не о направлении векторов во всех точках волнового фронта, **это ещё не поляризация!!!** То, что вектора \vec{E} , \vec{D} и \vec{B} , \vec{H} перпендикулярны друг другу и оба, в свою очередь, перпендикулярны вектору Пойнтинга \vec{S} , то есть направлению распространения световой волны, является прямым следствием уравнений Максвелла и характерно для любой, даже неупорядоченной волны. О поляризации мы говорим, когда колебания согласованы по направлению в соседних точках и это согласование сохраняется даже после смены одного цуга другим!!!

Возьмем некую точку на волновом фронте. Вектор \vec{E} смотрит вверх. В разных точках вектора могут смотреть в разные стороны. Через период ($t+T$): вектора переворачиваются. В любой точке возможны любые колебания вектора \vec{E} . Это естественный свет. Представим себе, что электромагнитная волна меняет свою плоскость поляризации со сменой каждого цуга, при

отступе на расстояние, превышающее радиус когерентности. Два соседних, наложившихся цуга, имеющих плоскую поляризацию могут дать в итоге (на участке своего пересечения) волну, поляризованную по кругу. Два цуга с круговой поляризацией – плоскополяризованную волну. Мы не будем пытаться изобразить эту картинку, скажем лишь, что за время характерное для восприятия человеческого глаза или за время, характерное для протекания любого физического или химического процесса, в выбранном нами луче успеют поприсутствовать все возможные направления колебаний. Это обычно изображается на чертеже следующим образом:

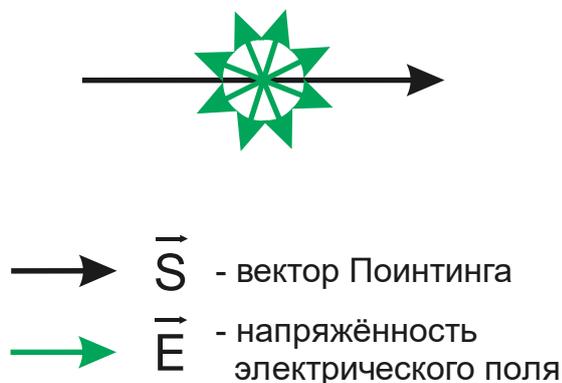


Рисунок 5.2

Направления вектора напряжённости электрического поля в электромагнитной волне естественного света

Сориентируем колебания вектора \vec{E} во всех точках волнового фронта в одном направлении. Такой свет – поляризованный. Поляризация, когда колебания вектора \vec{E} происходят на одном луче в одной плоскости, а на соседних лучах в параллельных плоскостях, называемой линейной. Для параллельных луче плоско-поляризованной волны картина будет выглядеть следующим образом:

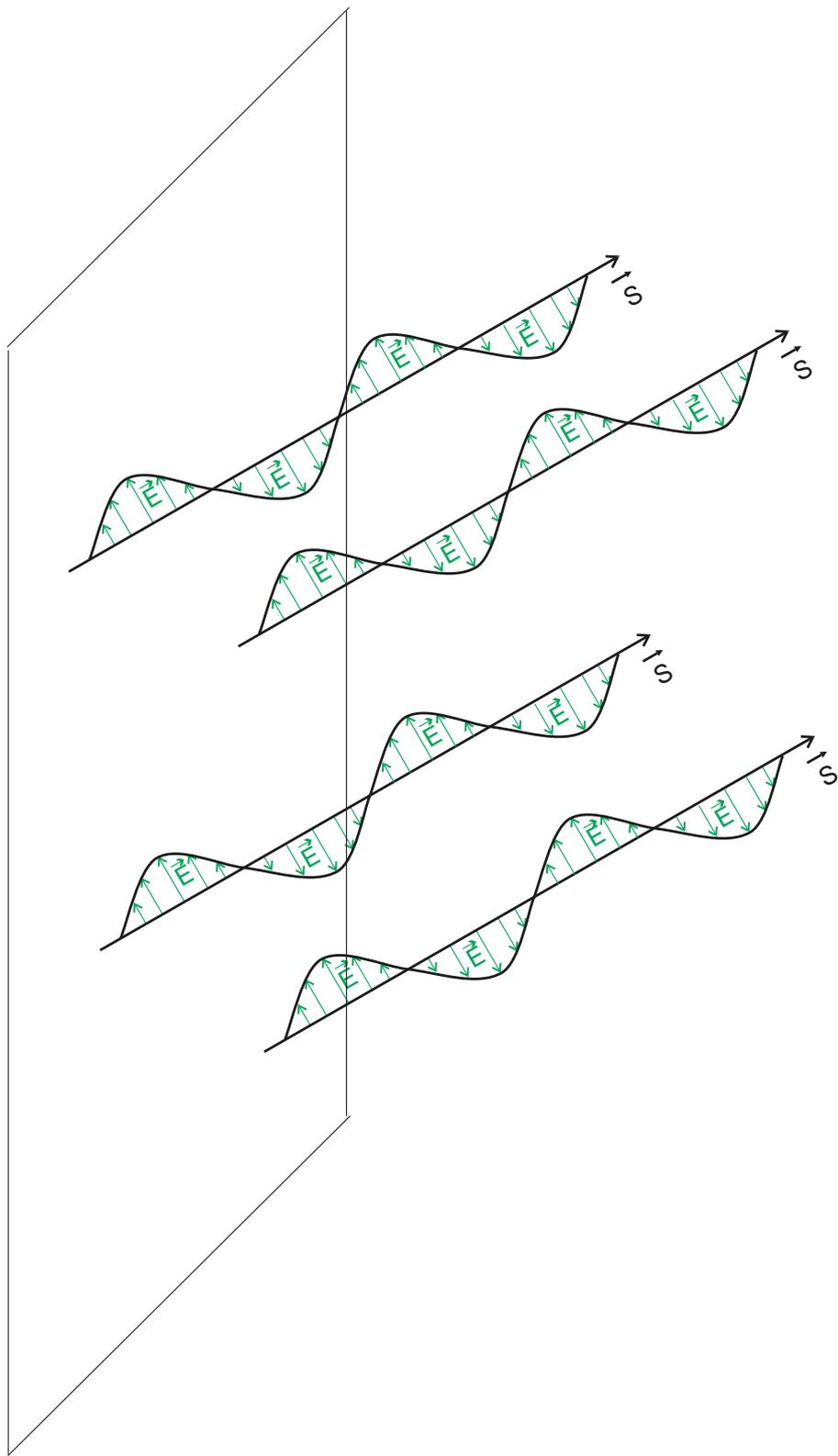


Рисунок 5.3
Линейная (плоская) поляризация

Рассмотрим поляризацию по кругу. Если сложить две плоскополяризованные волны, поляризованные в параллельных плоскостях, то в каждой точке волны мы будем иметь сложение колебаний следующего виде:

$$E_x = E_0 \cos(\omega t) \quad \text{вертикально,}$$

$$E_y = E_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{горизонтально.}$$

$$\begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t) \\ E_y = E_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t) \\ E_y = E_0 \sin(\omega t) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_x^2 + E_y^2 = (E_0 \cos(\omega t))^2 + (E_0 \sin(\omega t))^2 =$$

$$= E_0^2 \left(\underbrace{\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)}_1 \right) = E_0^2$$

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2 \text{ — уравнение окружности.}$$

Для волны:

$$\begin{cases} E_y = E_0 \cos(\omega t - kx) \\ E_z = E_0 \cos\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_y^2 + E_z^2 = E_0^2 \left(\underbrace{\cos^2(\omega t - kx) + \sin^2(\omega t - kx)}_1 \right) = E_0^2,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_z}{E_y} = \frac{\sin(\omega t - kx)}{\cos(\omega t - kx)} = \operatorname{tg}(\omega t - kx)$$

— вектор вращается вокруг оси X и проворачивается вместе с движением вдоль оси.

Такой вектор \mathbf{E} не будет менять в процессе колебаний свою длину, а будет вращаться вокруг центра (см. сложение взаимно перпендикулярных колебаний). В результате по направлению луча вектор \mathbf{E} будет закручиваться по спирали (по винту, по штопору). Это *круговая поляризация*.

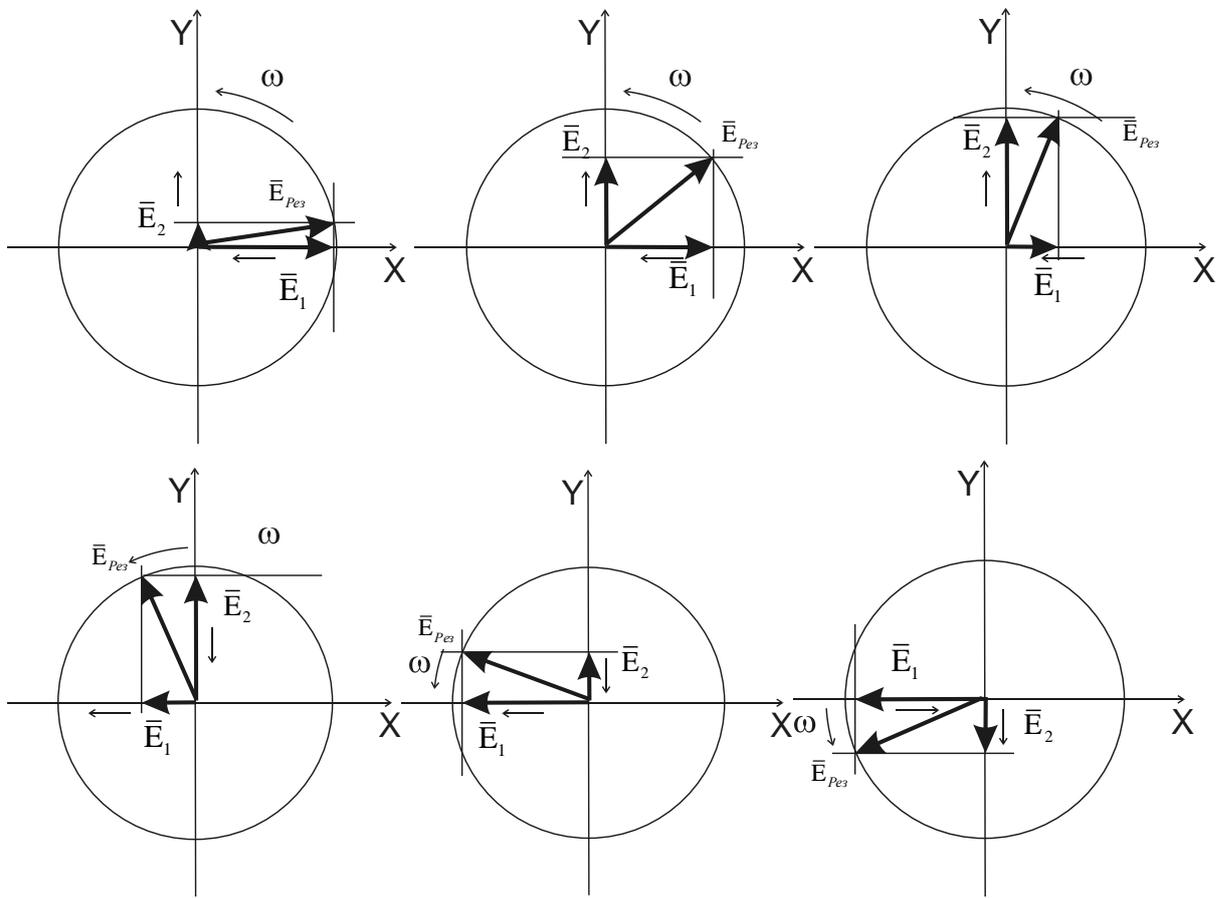
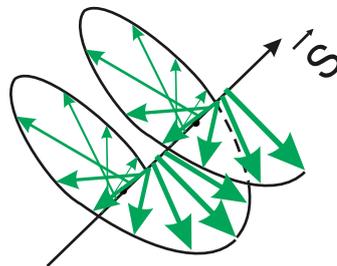


Рисунок 5.4

Круговая поляризация, как сумма двух линейных

Как результат, получили луч, поляризованный по кругу (Рисунок 5.5):



- \vec{S} - вектор Поинтинга
- \vec{E} - напряжённость электрического поля

Рисунок 5.5

Поляризованный по кругу луч

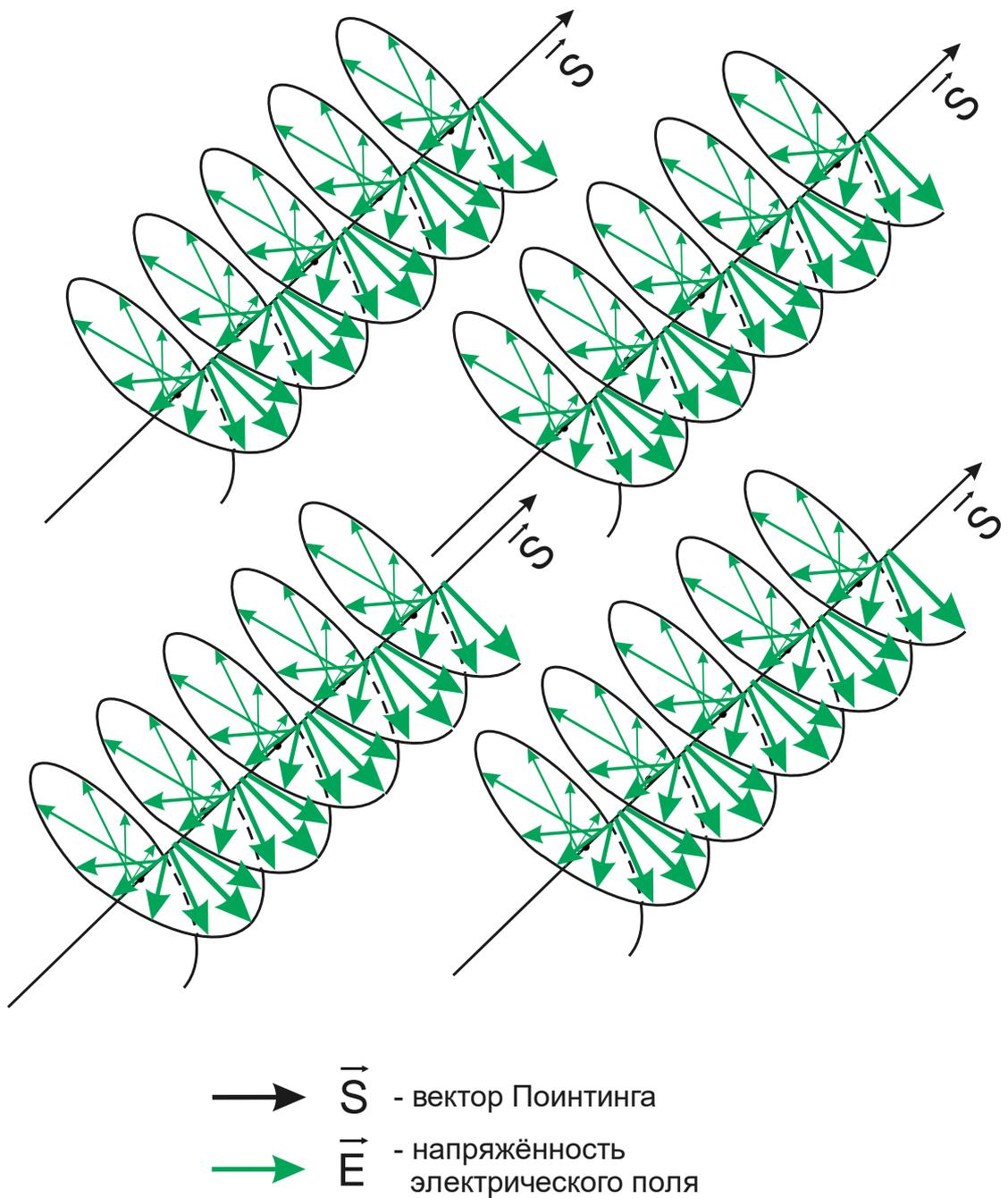


Рисунок 5.6
 Набор лучей волнового фронта, поляризованных по кругу

Наоборот, если две поляризованных по кругу волны, одну по правому (вращение против часовой стрелки с конца вектора S) и по левому кругу (вращение по часовой стрелки с конца вектора S), в результате мы получим плоскополяризованную волну.

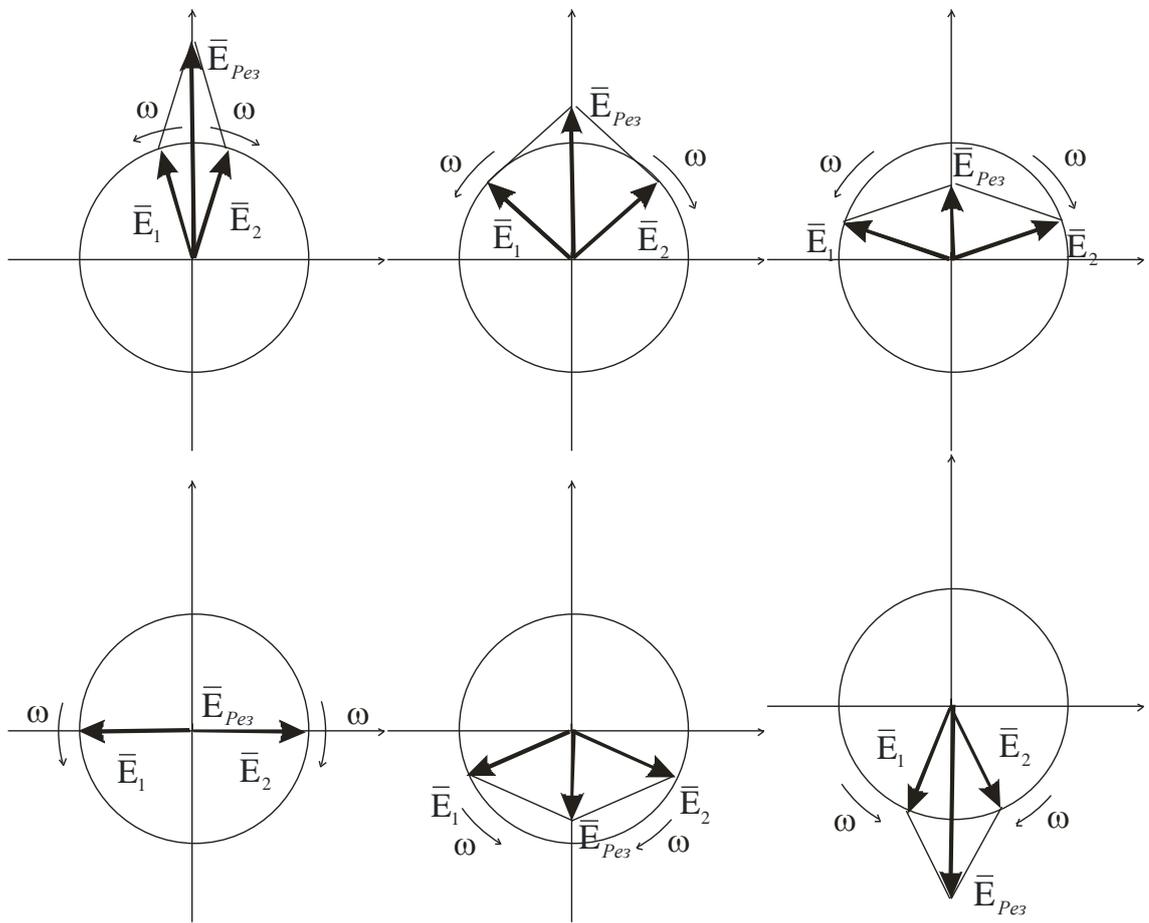


Рисунок 5.7

Линейная поляризация, как сумма двух круговых

Обратим внимание на то, что вектор \vec{E}_{Pez} будет оставаться в одной плоскости не только в разные моменты времени в одной и той же точке пространства (*совершать колебания в этой точке, оставаясь параллельным самому себе*), но и оставаться в одной плоскости при смещении по направлению луча (*во всех точках, при смещении по лучу, результирующий вектор будет оставаться параллельным, т.к. при смещении по лучу вектора \vec{E}_1 и \vec{E}_2 будут проворачиваться влево и вправо на один и тот же угол*).

Надо отметить, что с точки зрения квантовой механики, поляризованная по правому или левому кругу волна состоит из фотонов со спином +1 и -1. С другой стороны, плоскополяризованная волна – есть суперпозиция равного количества фотонов того и другого спина.

5.2. Закон Малюса

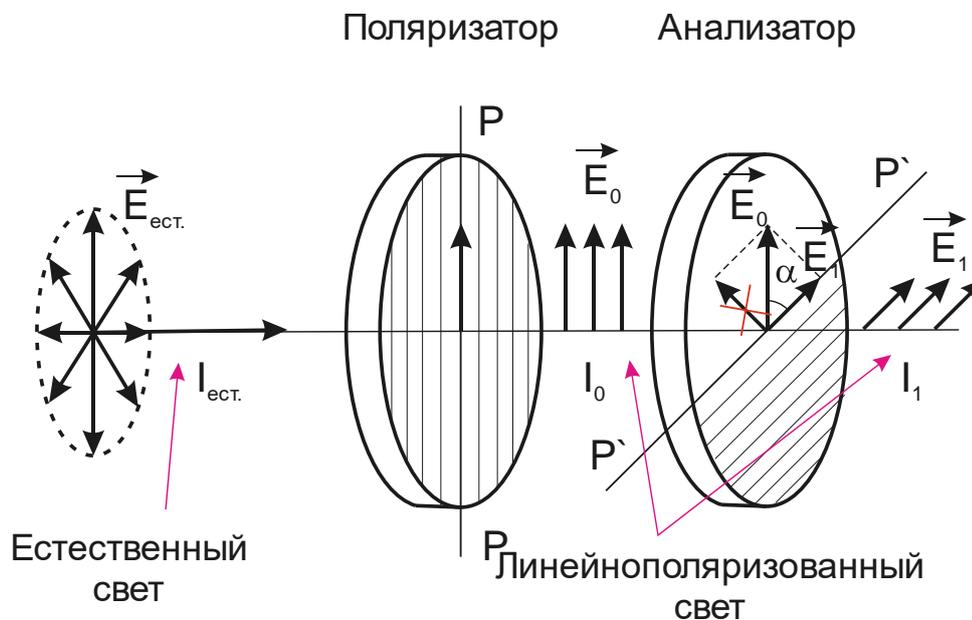


Рисунок 5.8
Закон Малюса

Пусть имеем линейно поляризованный свет, который падает на *поляризатор*, называемый *анализатором*. Пусть плоскость поляризации анализатора составляет угол α с плоскостью поляризации, падающего на него света. Тогда интенсивность падающего и прошедшего света будут связаны отношением:

Через анализатор будут проходить световые колебания (колебания вектора \vec{E}) параллельные плоскости поляризации анализатора, то есть сечению $P'-P'$. Можем представить вектор \vec{E} как векторную сумму двух его проекций, векторов один из которых параллелен плоскости поляризации света, который пропускает анализатор, другой перпендикулярен. Перпендикулярная составляющая не пройдёт через анализатор и целиком погасится. Параллельная проекция, которую мы назовём \vec{E}_1 – пройдёт целиком.

$$E_1 = E_0 \cos \alpha, \quad (5.1)$$

где

E_0 – абсолютное значение вектора напряженности электрического поля в падающей на анализатор волне.

α – угол между плоскостями поляризации света, падающего на анализатор и прошедшего через поляризатор.

Замечание. В приведённой на Рисунок 5.8 схеме опыта поляризованный свет получается из естественного путём пропускания через поляризатор (первый поляризатор мы так и называем поляризатором, он превращает естественный свет в поляризованный; второй поляризатор, которым мы анализируем уже поляризованный свет, мы называем анализатором). Таким образом, плоскость поляризации прошедшего через него света определяется

плоскостью поляризации поляризатора – сечение $P-P$. В этом случае справедливо утверждение, что угол α – есть угол между *плоскостью поляризации поляризатора* и *плоскостью поляризации анализатора*. Вторая часть этого утверждения верна всегда – плоскость поляризации прошедшего света всегда есть плоскость поляризации поляризатора (*это и естественно, «масло масляное»* ☺). А вот в отношении плоскости поляризации падающего света данное утверждение несколько сужает круг решаемых задач. Поляризатора может и не быть! Поляризованный свет может быть получен отражением от поверхности диэлектрика под углом Брюстера (см. ниже). Ну, скажем, мы анализируем плоскость поляризации света, отражённого от стекла витрины. А, вот, плоскость поляризации самого поляризованного луча всё равно будет его основной характеристикой.

Далее. Определим интенсивность прошедшего света. Поскольку интенсивность света есть усреднённый вектор Поинтинга и, следовательно, пропорциональна квадрату вектора напряженности электрического поля, имеем:

$$I = \langle |S| \rangle \sim E^2 \Rightarrow E^2 = E_0^2 \cos^2 \alpha, I = I_0 \cos^2 \alpha$$

$$I = I_0 \cos^2 \alpha.$$

Более точно:

$$I \sim E^2 \Rightarrow \exists k \in \mathbb{R} : I = kE^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E^2 = E_0^2 \cos^2 \alpha, kE^2 = kE_0^2 \cos^2 \alpha, I = I_0 \cos^2 \alpha.$$

В результате преобразований приходим к формулировке *закона Малюса*:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (5.2)$$

5.3. Поляризация естественного (неполяризованного) света

Пусть на поляризатор падает естественный свет. Через поляризатор продут все проекции на ось X всех векторов. Поскольку наличие в естественном свете всех направлений колебаний равновероятно, нужно рассчитать среднее интегральное значение:

$$I = \langle I_0 \cos^2 \alpha \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} I_0 \cos^2 \alpha d\alpha}{2\pi - 0} = I_0 \frac{\int_0^{2\pi} \cos^2 \alpha d\alpha}{2\pi} = \frac{1}{2} I_0. \quad (5.3)$$

Конкретнее. Возьмём интеграл:

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 \alpha d\alpha = \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos \frac{\alpha}{2}}{2} d\alpha = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} 1 + \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\int_0^{2\pi} d\alpha + \int_0^{2\pi} 2 \cos \frac{\alpha}{2} d \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\alpha \Big|_0^{2\pi} + 2 \sin \frac{\alpha}{2} \Big|_0^{2\pi} \right) =$$

$$\frac{1}{2}((2\pi - 0) + 2(\sin \pi - \sin 0)) = \frac{1}{2}(2\pi + (0 - 0)) = \pi$$

$$\Rightarrow \frac{\int_0^{2\pi} \cos^2 \alpha d\alpha}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

Мы получили следующее утверждение: *интенсивность естественного света прошедшего через поляризатор уменьшается в два раза.*

5.4. Частичная поляризация. Степень поляризации

Помимо поляризованного и естественного света, может быть так же частично поляризованный свет.

Df. Частично поляризованный свет – свет, в котором преобладают колебания одного определённого направления, однако колебания всех остальных направлений также присутствуют.

Его можно представить, как сумму естественного (*не поляризованного*) света и линейно поляризованного света. В этом случае, в луче присутствуют колебания всех направлений. Однако колебания какого-то одного направления будут доминировать:

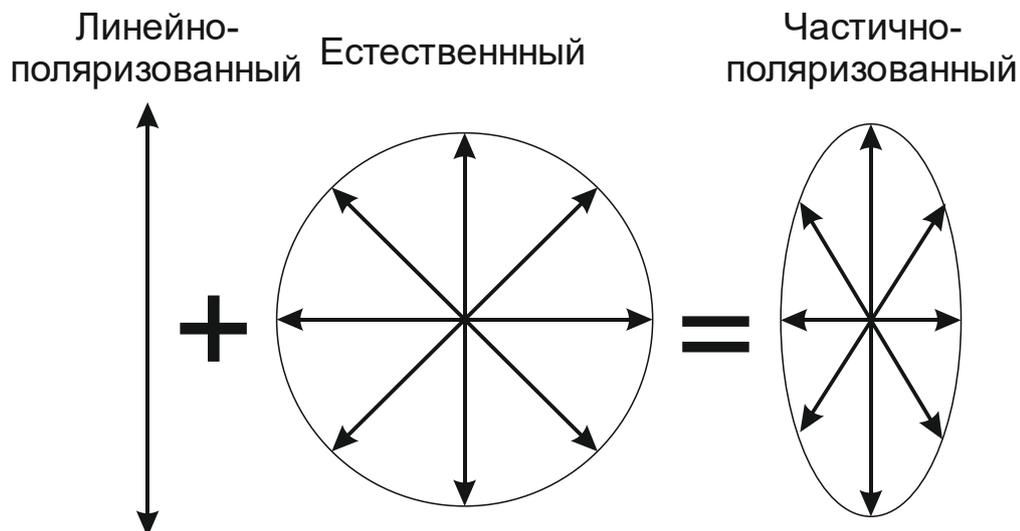


Рисунок 5.9

Частично поляризованный свет, как сумма линейно-поляризованного и естественного света

Для характеристики такого света используется физическая величина **степень поляризации**:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (5.4)$$

где I_{\max} – максимальная интенсивность света при различных положениях анализатора,

I_{\min} – минимальная интенсивность света при различных положениях анализатора.

Для естественного света:

$$I_{\max} = I_{\min} = \frac{1}{2} I_0 \Rightarrow P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\overbrace{0.5I_0 - 0.5I_0}^0}{0.5I_0 + 0.5I_0} = 0. \quad (5.5)$$

Степень поляризации естественного света равна нулю.

Для линейно-поляризованного света

$$I_{\max} = I_0, I_{\min} = 0 \Rightarrow P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_0 - 0}{I_0 + 0} = 1. \quad (5.6)$$

Степень поляризации линейно-поляризованного света равна единицы.

5.5. Закон Брюстера

Пусть на поверхность диэлектрика падает естественный, неполяризованный свет. Можно показать, что в отраженном луче будет доминировать составляющая параллельная плоскости диэлектрика (*перпендикулярные плоскости падения луча – плоскости, в которой лежат падающий, отражённый и преломлённый лучи*), в прошедшем луче – все остальное (*по закону сохранения*).

Можно подобрать такой угол, что отраженный луч будет полностью поляризован. Этот угол падения луча называется *углом Брюстера*, а сам закон – *законом Брюстера*.

Закон Брюстера:

$$\operatorname{tgi}_{\text{Бр}} = n_{12}, \quad (5.7)$$

где n_{12} – относительный показатель преломления

$i_{\text{Бр}}$ – угол Брюстера.

Если диэлектрик находится в воздухе, имеем

$$\operatorname{tgi}_{\text{Бр}} = n. \quad (5.8)$$

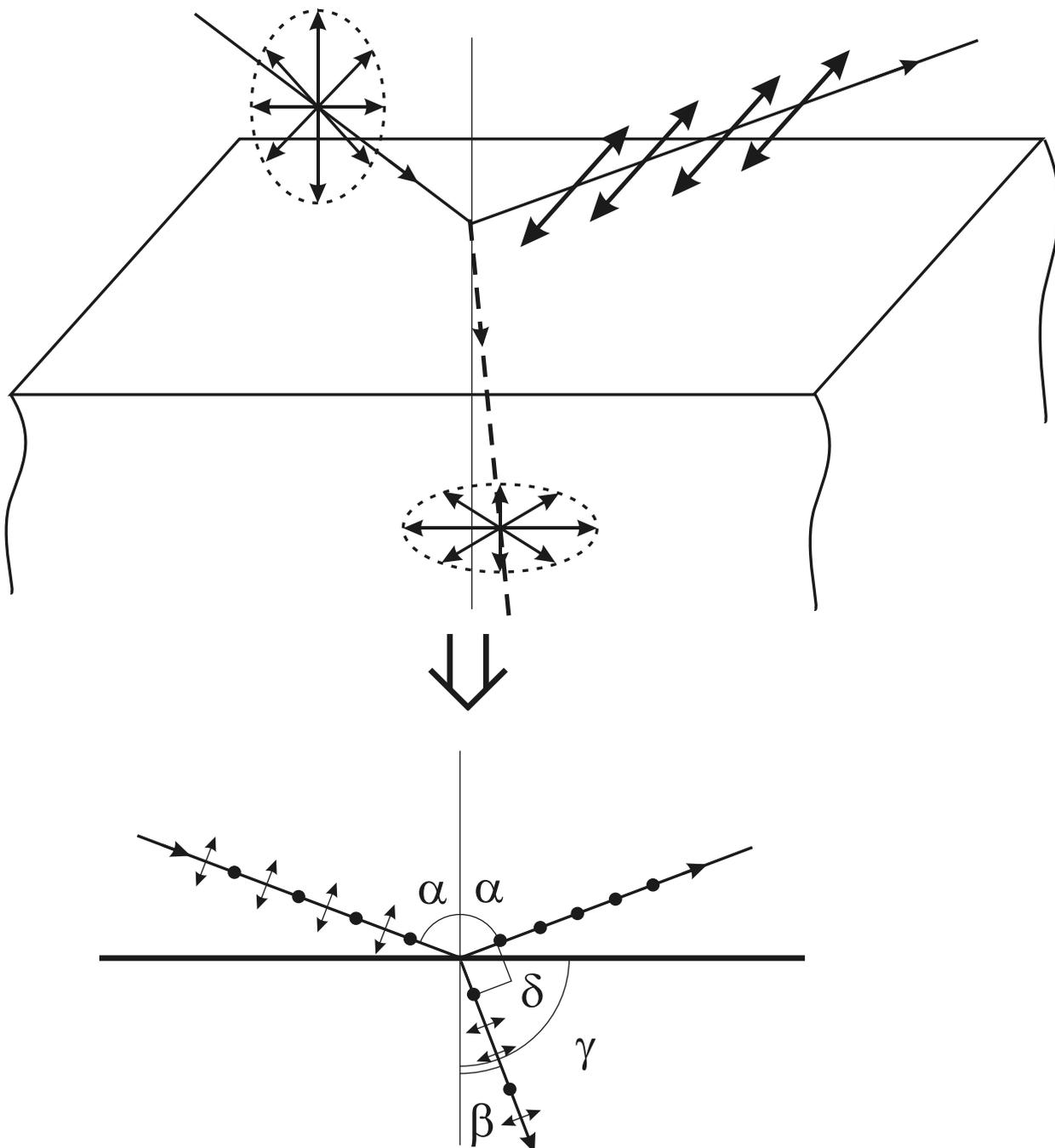


Рисунок 5.10
Закон Брюстера

На нижнем рисунке плоскость поверхности диэлектрика перпендикулярна плоскости рисунка. Точками обозначены вектора напряжённости электрического поля, перпендикулярные плоскости рисунка и параллельные плоскости поверхности диэлектрика (смотрят «на нас», а «плоскость рисунка» – это плоскость отражения, плоскость, в которой лежат падающий, отражённый лучи и нормаль к поверхности).

Заметим, что, если

α – угол падения,

β – угол преломления,

γ – угол между преломлённым лучом и плоскостью поверхности,

δ – угол между отражённым и преломлённым лучами,

то:

$$\begin{aligned}
 i_{\text{Бр}} &= \alpha \\
 \left. \begin{aligned}
 \operatorname{tg} \alpha &= n \\
 n &= \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\
 \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\
 \frac{1}{\cos \alpha} &= \frac{1}{\sin \beta} \Rightarrow \cos \alpha = \sin \beta \\
 \left. \begin{aligned}
 \cos \alpha &= \sin \beta \\
 \beta = \frac{\pi}{2} - \gamma \Rightarrow \sin \beta &= \cos \gamma
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cos \gamma = \cos \alpha \Rightarrow \gamma = \alpha \\
 \delta &= \gamma + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cancel{\gamma} + \frac{\pi}{2} - \cancel{\alpha} = \frac{\pi}{2} \\
 \delta &= \frac{\pi}{2}.
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

То есть, отражённый луч полностью поляризован, если угол между ним и преломлённым лучом составляет 90° .

Закон Брюстера вытекает из формул Френеля для падающего и отражённого лучей:

$$\left\{ \begin{aligned}
 E'_{1\perp} &= -E_{1\perp} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \\
 E'_{1\parallel} &= E_{1\parallel} \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} \\
 E_{2\perp} &= E_{1\perp} \frac{2 \sin(\beta) \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} \\
 E_{2\parallel} &= E_{1\parallel} \frac{2 \sin(\beta) \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}
 \end{aligned} \right. \tag{5.10}$$

Здесь индекс «1» соответствует среде 1 (из которой идёт луч), индекс «2» – среде 2, в которую переходит луч. Штрих обозначает отражённый луч (он остался в среде 1). «Параллельная» и «перпендикулярная» составляющая – относительно плоскости падения луча (в ней лежат падающий, отражённый лучи и нормаль к поверхности). Тогда перпендикулярная к плоскости падения составляющая будет параллельна плоскости раздела сред. Отметим:

$$\bar{E}_{\perp} \parallel \bar{E}_{\tau}.$$

(см. «Электрическое поле на границе раздела диэлектриков»)

Однако:

$$\bar{E}_{\perp} \neq \bar{E}_{\tau}.$$

При этом:

$$\bar{E}_{\parallel} = \bar{E}_{\parallel\tau} + \bar{E}_{\parallel n},$$

$$\bar{E}_{\tau} = \bar{E}_{\parallel\tau} + \bar{E}_{\perp}.$$

– параллельная составляющая также будет содержать проекцию, параллельную поверхности раздела сред.

Или, переходя от напряжённости электрического поля (амплитудного, мгновенного значения...) к интенсивности света, возведём правую и левую части в квадрат. Получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} I'_{1\perp} = I_{1\perp} \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} \\ I'_{1\parallel} = I_{1\parallel} \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)} \\ I_{2\perp} = I_{1\perp} \frac{4 \sin^2(\beta) \cos^2(\alpha)}{\sin^2(\alpha + \beta)} \\ I_{2\parallel} = I_{1\perp} \frac{4 \sin^2(\beta) \cos^2(\alpha)}{\sin^2(\alpha + \beta) \cos^2(\alpha - \beta)} \end{array} \right. \quad (5.11)$$

Данные уравнения можно получить из условия равенства на границе двух диэлектриков для электрического и магнитного поля, векторов \bar{E} и \bar{B} , \bar{D} и \bar{H} (см. «Явления на границе двух диэлектриков» – Электромагнетизм I и «Магнитное поле на границе двух магнетиков» – Электромагнетизм II). И хотя Френель получил соответствующие формулы для упругой волны, распространяющейся в физическом эфире (теория *эфиродинамики*, модная до современных представлений о свете, СТО), это не умоляет основных достоинств. Тем более, что основные соотношения для упругих и электромагнитных волн, как мы видели, сохраняются (к примеру, перескок фазы на π при отражении от границы задела сред менее оптически плотная – более оптически плотная соответствует перескоку фазы на π при отражении звука от границы раздела фаз менее плотная – более плотная).

Из этих двух систем уравнений нас, конечно же будет интересовать последняя – (5.11). Причём только первые два уравнения. Оставшиеся два можно получить из условий сохранения энергии. Учтём, что интенсивность любого (и, в частности падающего, луча есть сумма интенсивностей двух лучей, поляризованных в перпендикулярных плоскостях. Для естественного света интенсивности этих двух лучей равны, и, соответственно, равны половине интенсивности исходного луча:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_{1\perp} + I_{1\parallel} \\ I_{1\perp} &= I_{1\parallel} \text{ (естественный, не поляризованный)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_{1\perp} = I_{1\parallel} = 0.5 I_1.$$

Сделаем также переобозначение:

$$\begin{aligned} I_1 &\rightarrow I_0, \\ I'_1 &\rightarrow I. \end{aligned}$$

Тогда уравнения Френеля для отражённой волны примут вид:

$$\left\{ \begin{aligned} I_{\perp} &= 0.5 I_0 \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} \\ I_{\parallel} &= 0.5 I_0 \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)}. \end{aligned} \right. \quad (5.12)$$

Возвращаясь к закону Брюстера, подставим в уравнения (5.12) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$.

Тогда $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} = \infty \Rightarrow I_{\parallel} = 0.5 I_0 \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\infty} = 0$, параллельная составляющая в отражённом луче пропадает и луч становится полностью поляризованным.

Объяснение как формулам Френеля, так и закону Брюстера можно дать, исходя из рассмотрения законов распространения и переизлучения электромагнитной волны. Рассмотрим ту же модель взаимодействия света (электромагнитной волны) с веществом, что и в параграфе «[Электромагнитная или элементарная теория дисперсия](#)» (раздел «[Дисперсия света](#)»). Очевидно, что при смене направления движения, направление колебаний не может измениться на произвольное направление. Рассматривая модель взаимодействия электромагнитной волны с заряженным гармоническим осциллятором (заряженным шариком на пружине), очевидно, что волна будет вызывать вынужденные колебания этого шарика вдоль определённой оси. Именно эти колебания и породят колебания в отражённой (переизлучённой) волне.

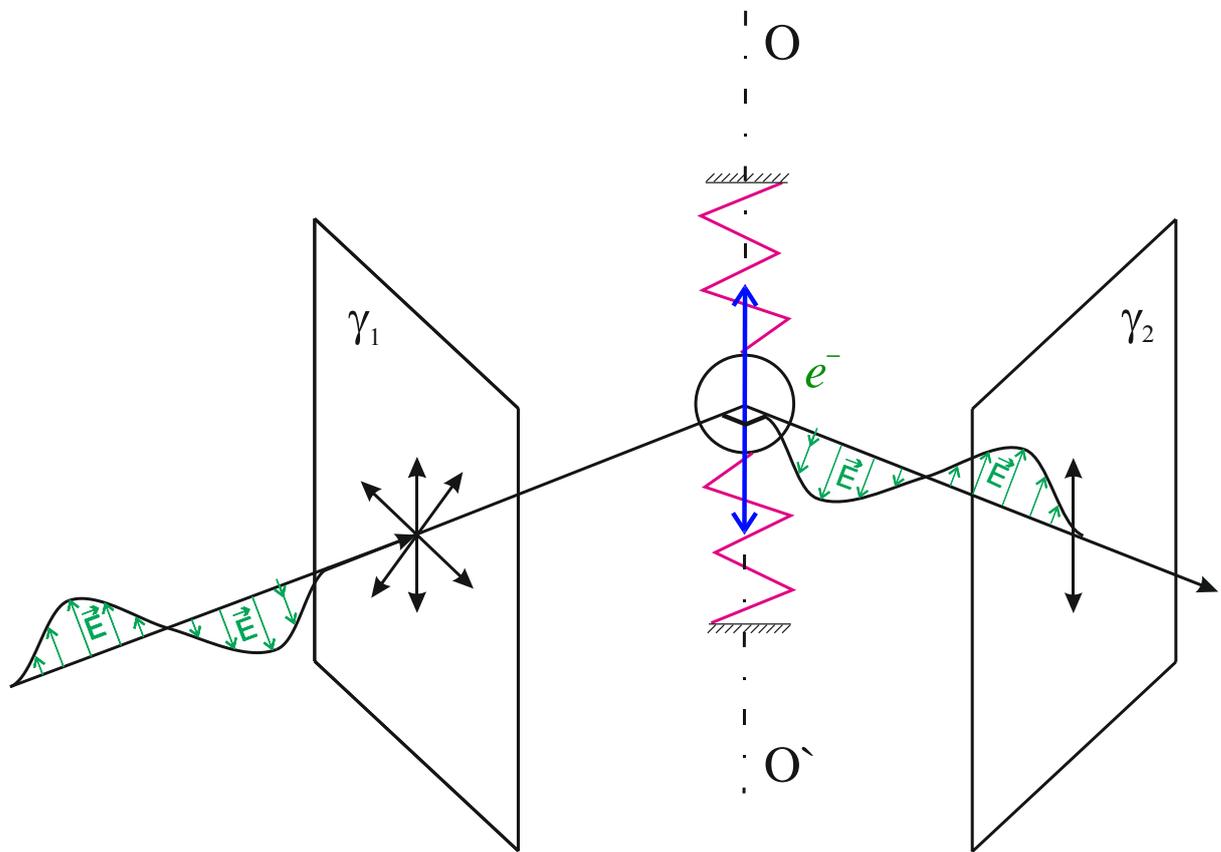


Рисунок 5.11

Переизлучение отражённой волны заряженным гармоническим осциллятором

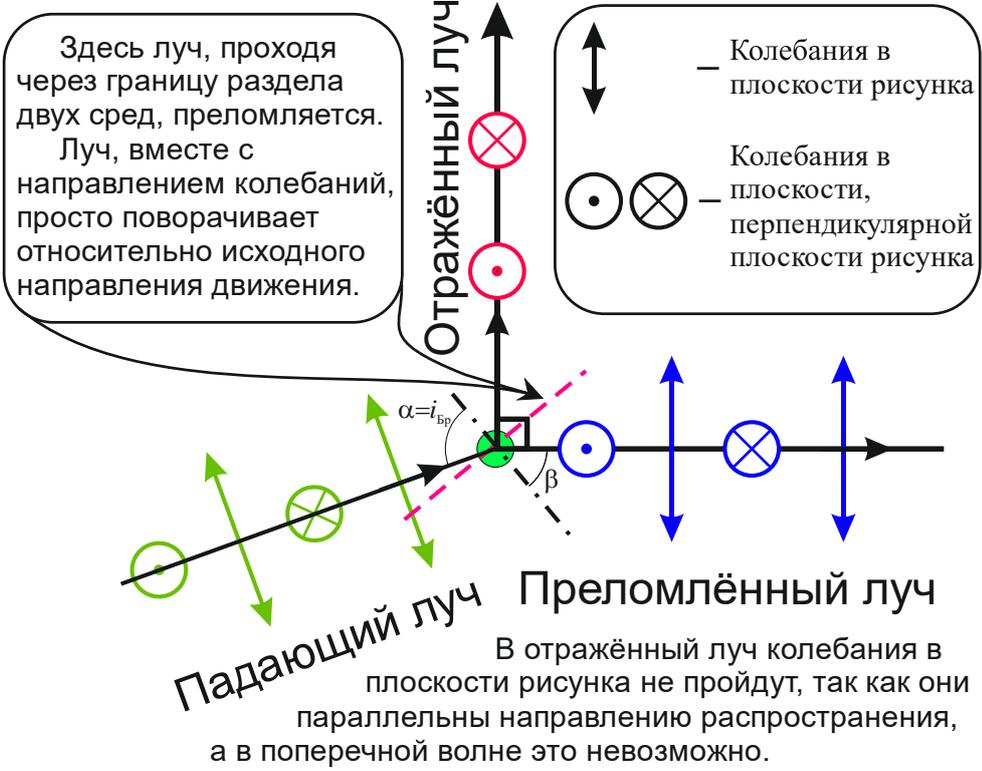
Очевидно, что в падающем луче колебания могут происходить только в плоскости γ_1 . Но сам осциллятор способен колебаться только вдоль оси OO' . Но даже, в каком бы направлении не происходили его колебания, только колебания вдоль оси OO' будут параллельны плоскости γ_2 и, следовательно, могут присутствовать в отражённом под углом 90° луче (Рисунок 5.11).

Сразу оговоримся. За направление распространения и плоскость колебаний исходного луча мы прием направление распространения и плоскость колебаний преломлённого, а не падающего луча. Луч уже вошёл в среду и именно с этим лучом будет связан законами сохранения наш отражённый луч. Рассмотрим две перпендикулярные моды колебаний. Разберём два случая – отражённый луч перпендикулярен преломлённому лучу (Рисунок 5.12 а) и не перпендикулярен (Рисунок 5.12 б).

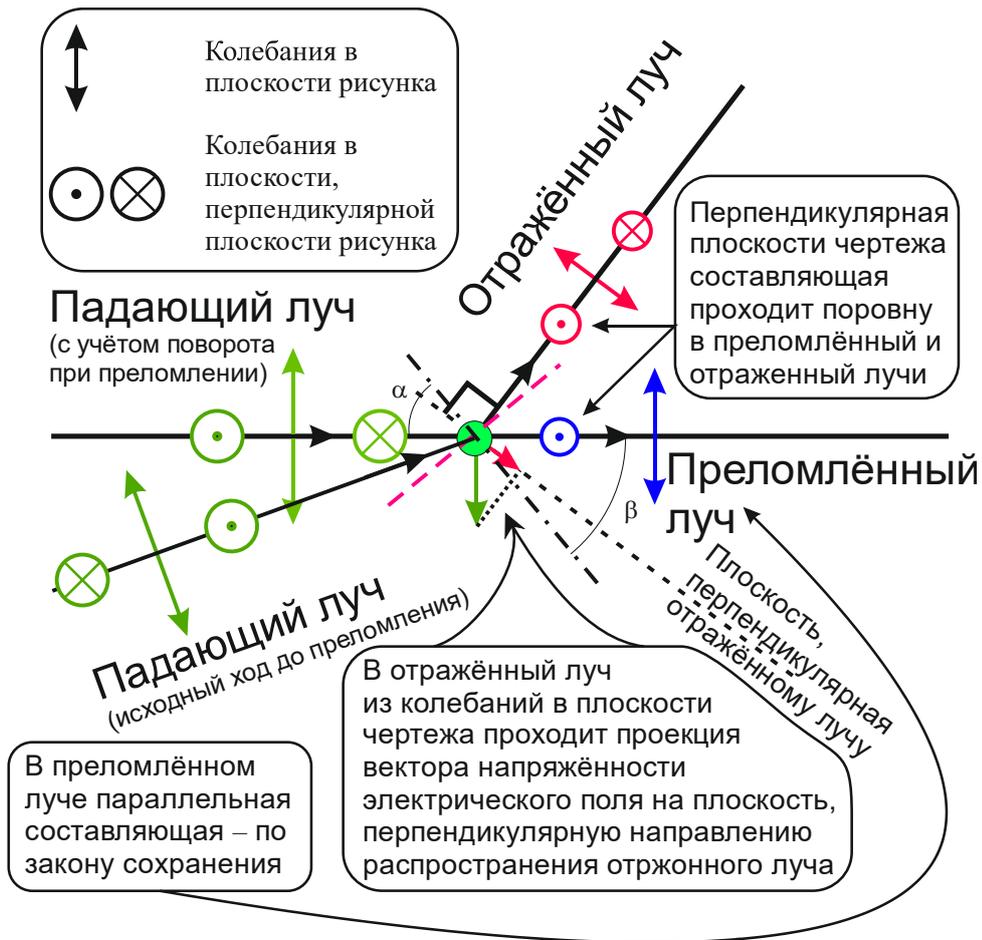
В первом случае в отражённом луче будут присутствовать только колебания в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка (это плоскость, в которой лежат падающий, преломлённый и отражённый лучи). Только в этом направлении могут происходить колебания, чтобы они лежали одновременно как в плоскости, перпендикулярной направлению движения (распространения) преломлённому лучу, так и в плоскости, перпендикулярной к направлению движения (распространения) отражённого луча.

Во втором случае в отражённый луч пройдут все колебания, перпендикулярные плоскости чертежа. Но также пройдёт и проекция колебаний в плоскости чертежа на плоскость колебаний отражённого луча.

Таким образом, если отражённый луч распространяется перпендикулярно преломлённому лучу (случай закона Брюстера), то в нём будут присутствовать только колебания одного определённого направления. Луч будет линейно поляризован. В общем же случае отражения под произвольным углом, в отражённом луче будут преобладать колебания в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа, но также будет присутствовать и другие направления колебаний. Луч будет частично поляризован.



а



б

Рисунок 5.12

Различные случаи колебаний в преломлённом и отражённом лучах при падении луча (а) под углом Брюстера и (б) под произвольным углом.

5.6. Двойное лучепреломление

При прохождении луча света через прозрачные кристаллы (*монокристаллы*) с кристаллической решеткой, отличной от кубической, луч света будет разделяться на два луча – обыкновенный и не обыкновенный. Обыкновенный луч подчиняется законам геометрической оптики. Необыкновенный – нет. Его показатель преломления не является константой и зависит от угла преломления. Вообще говоря, даже перпендикулярно падающий на поверхность луч будет отклоняться от направления прямолинейного распространения.

У таких кристаллов существует ось (*направление в кристалле*), распространяясь вдоль которого, оба луча идут параллельно (*не разделяются*). Её называют **оптической осью кристалла**. Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется **главной плоскостью кристалла**. Эффект наблюдается, когда падающий луч *не параллелен оптической оси*, причём оба луча, разделяясь, *лежат в главной плоскости кристалла*.

Подобное свойство кристалла называется **оптической анизотропией** – *различие свойств прохождения света по различным направлениям в кристалле*.

Эксперименты показывают, что *необыкновенный* луч будет *линейно поляризован в главной плоскости кристалла*, а *обыкновенный* – *линейно поляризован в плоскости, перпендикулярно главной плоскости*.

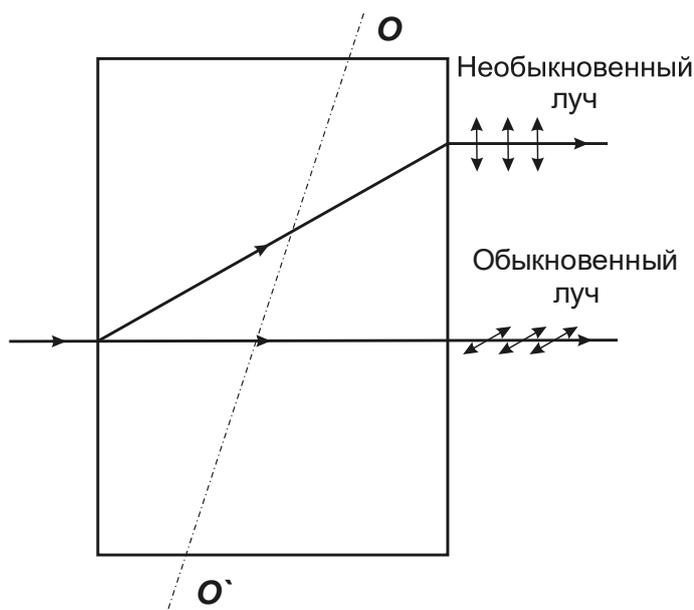


Рисунок 5.13

Разделение лучей при двойном лучепреломлении.

OO' – оптическая ось кристалла

Это связано с тем, что диэлектрическая проницаемость ϵ для колебаний в различных направлениях (*параллельно оптической оси и в плоскости, перпендикулярной ей*) будет иметь различные значения. Как следствие, будет различаться и фазовая скорость лучей с тем и другим направлениями колебаний. К пояснению данного факта мы отчасти вернёмся при рассмотрении элементарной (*электронной*) теории дисперсии.

Имеют место так же кристаллы с двумя оптическими осями (*двухосновные, в отличие от одноосновных, с одной оптической осью*). Мы не будем останавливаться на их рассмотрении.

И так, разберём вопрос более подробно. Будем рассматривать взаимодействие света с атомами кристаллической решётки. Причём, модель этого взаимодействия будет совершенно аналогично той, что принималась нами в параграфе «[Электромагнитная или элементарная теория дисперсия](#)» (раздел «[Дисперсия света](#)»). Как мы отмечали выше, по определению показатель преломления равен отношению скорости света в вакууме к фазовой скорости света в среде. В раздел «Дисперсия света» мы также показали, что он равен отношению угла падения луча к углу его преломления:

$$n = \frac{c}{v_\phi} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Рассмотрим кристалл с кристаллической решеткой, отличной от кубической. Скажем, с такой:

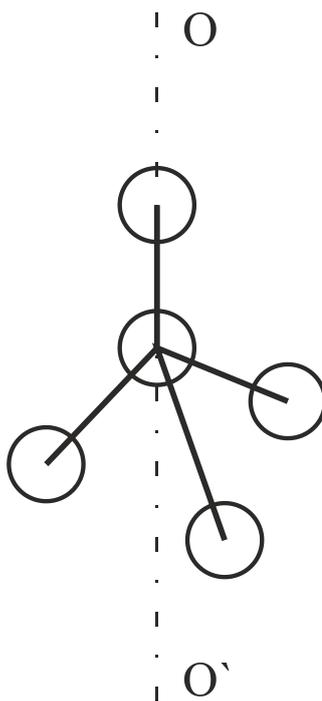


Рисунок 5.14

Пример кристалла с некубической кристаллической решёткой

Легко заметить, что такая структура (*такой кристалл*) имеет ось симметрии (*прямая OO'*). На нашем рисунке эта ось симметрии расположена вертикально. Таким образом, симметрия будет сохраняться в горизонтальной плоскости (*симметрия относительно центра, относительно поворота вокруг центра*). Однако ни в одной вертикальной плоскости (*плоскости, проходящей через ось симметрии*) симметрии не будет.

Теперь рассмотрим модель взаимодействия электромагнитной волны (*света*) с веществом, где электроны представляются гармоническими осцилляторами, совершающими вынужденные колебания под действием электрического поля электромагнитной волны (*подробно этот вопрос будет рассмотрен в разделе «Электромагнитная или элементарная теория дисперсии»*). Сильно упрощая картину, можно сказать, что мы будем рассматривать электроны, как заряженные шарики, подвешенные на пружинках, с которыми и взаимодействует электромагнитная волна.

Как мы уже выясняли, фазовая скорость электромагнитной волны зависит от магнитной и диэлектрической проницаемости среды:

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}}$$

Показатель преломления, в свою очередь, может быть представлен (*приблизительно*), как корень квадратный из диэлектрической проницаемости (для не ферромагнетиков $\mu \approx 1$):

$$n = \frac{c}{v_{\phi}} = \frac{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon\mu} \approx \sqrt{\epsilon}.$$

Определив амплитуду вынужденных колебаний электрона (*как «заряженного шарика, подвешенного на пружинке»*), мы сможем рассчитать его среднее смещение от положения равновесия, где его заряд полностью компенсируется зарядом ядра кристаллической решётки, рассчитать возникающую благодаря этому поляризованность. В итоге из определения диэлектрической проницаемости ϵ , введённой нами ещё в разделе «Электромагнитизм», мы получим её выражение и, следовательно искомые величины – фазовую скорость волны и показатель преломления.

В итоге все эти величины (*фазовая скорость и показатель преломления*) будут выражаться через частоту собственных колебаний нашего гармонического осциллятора. С другой стороны вспомним, что для пружинного маятника (*уж, коль скоро, наш электрон – это «заряженный шарик, подвешенный на пружинки»*) частота собственных колебаний следующим образом выражается через жёсткость (*коэффициент упругости*) этой пружинки:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

В итоге мы получим, что искомые величины (*фазовая скорость волны и показатель преломления*) целиком и полностью будут определяться жёсткостью той пружинки, на которой подвешен наш электрон.

А теперь представим, что наш электрон подвешен не на одной пружинке, а закреплён внутри кубика на шести пружинках. Причём жёсткость вертикальных пружиной (*красненьких*) и горизонтальной (*синеньких*) различна. Это полностью соответствует модели нашего кристалла с одной осью симметрии.

И этот шарик будет совершать вынужденные колебания под действием электромагнитной волны, которая проходит под некоторый углом φ ($\varphi \neq \pi/2$) к оси симметрии. То есть, под углом к оптической оси кристалла.

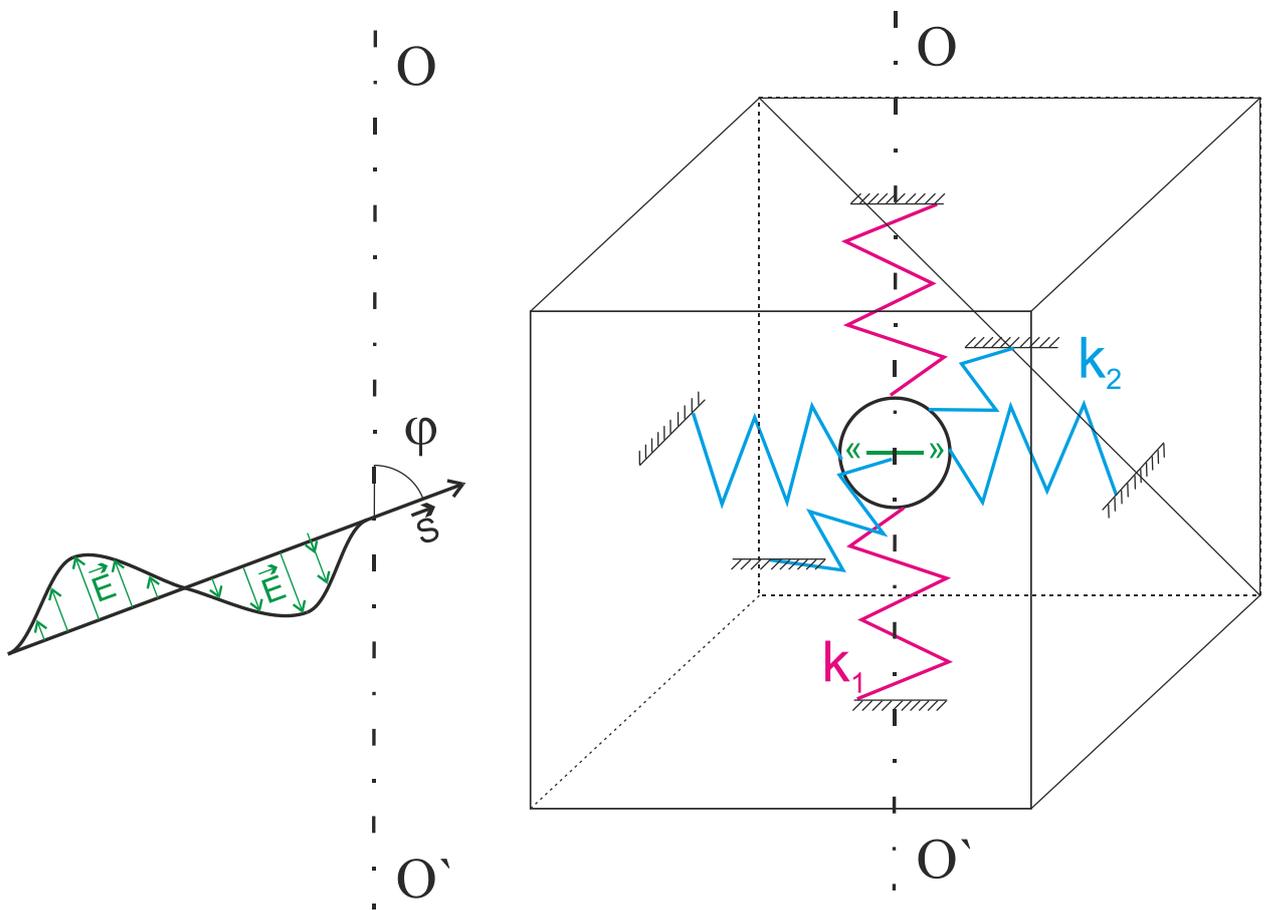


Рисунок 5.15

Модель взаимодействия электромагнитной волны с электроном в кристалле

Теперь вспомним, что электромагнитная волна – поперечная и вектор напряженности электрического поля \vec{E} (именно под действием этого вектора будет совершать вынужденные колебания наш электрон) будет направлен (для естественного, неполяризованного света) как-то произвольно, но обязательно перпендикулярно вектору Пойнтинга – вектору, определяющему направление распространения электромагнитной волны ($\vec{E} \perp \vec{S}$).

Пусть плоскость γ_1 – вертикальная плоскость, проходящая через ось симметрии, а плоскость γ_2 – перпендикулярная ей горизонтальная плоскость. Представим наш вектор \vec{E} , как сумму двух векторов, лежащих в плоскостях γ_1 и γ_2 . Тогда и колебания нашего электрона можно будет представить, как сумму двух перпендикулярных колебаний – колебаний в плоскостях γ_1 и γ_2 .

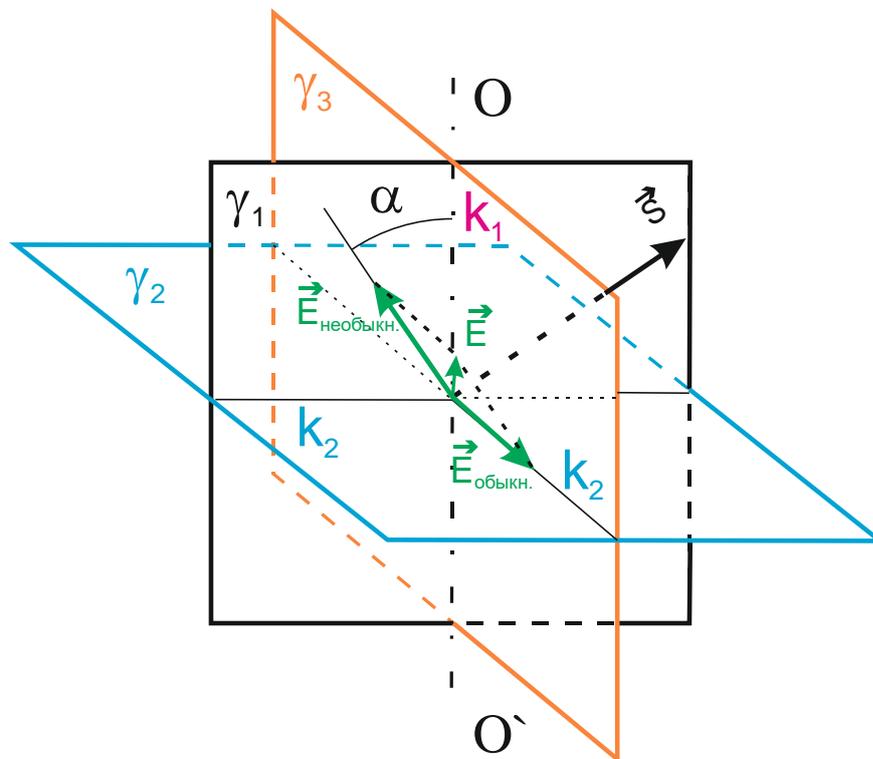


Рисунок 5.16

Представление электромагнитной волны, как суммы двух волн с колебаниями в плоскостях γ_1 и γ_2

И тут мы заметим, что, куда бы не был направлен вектор $\vec{E}_{обыкн.}$, колебания электрона под его действием будут иметь одну и ту же собственную частоту, так как жёсткость пружинок во всех направлениях одинакова. Следовательно, одно определённое значение будут иметь и фазовая скорость волны v_ϕ и показатель преломления n .

С другой стороны, для вектора $\vec{E}_{необыкн.}$ направление играет существенную роль, так как жёсткость вертикальных и горизонтальных пружинок различна. А, следовательно, собственная частота колебаний электрона под действием этого вектора будет зависеть от угла α , то есть от угла, образованного вектором Поинтинга \vec{S} с осью симметрии OO' ($\vec{E}_{необыкн.} \perp \vec{S}$). Таким образом, для этой волны фазовая скорость v_ϕ и показатель преломления n будут зависеть от угла, который образует вектор Поинтинга \vec{S} с осью симметрии кристалла OO' .

Как вывод можно сказать, что, в случае неперпендикулярного падения на кристалл, эти две волны будут распространяться в кристалле по разным направлениям. Больше того, можно показать, что при перпендикулярно падении на кристалл (при этом важно, что бы не перпендикулярно оси OO') обыкновенный луч не будет преломляться и станет, как и положено идти дальше прямо. А вот необыкновенный луч может изменит направление своего движения. Вспомнив принцип Гюйгенса, заметим, что при падении на поверхность кристалла, все точки этой поверхности станут вторичными источниками волны. И дальше волна будет распространяться уже от этих источников. Но в разных направлениях скорость распространения этой волны будет различна. И волна повернёт в ту сторону, при движении в которую эта скорость будет максимальна.

5.7. Прохождение света через линейные фазовые пластинки. Искусственная оптическая анизотропия

Пусть на кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси, нормально падает линейно поляризованный свет. Представим

падающий луч, как сумму двух лучей, одна из которых поляризована в направлении, параллельном оптической оси, другая в перпендикулярном направлении (удобно, чтобы направление колебаний в падающем луче составляло 45° с оптической осью кристалла).

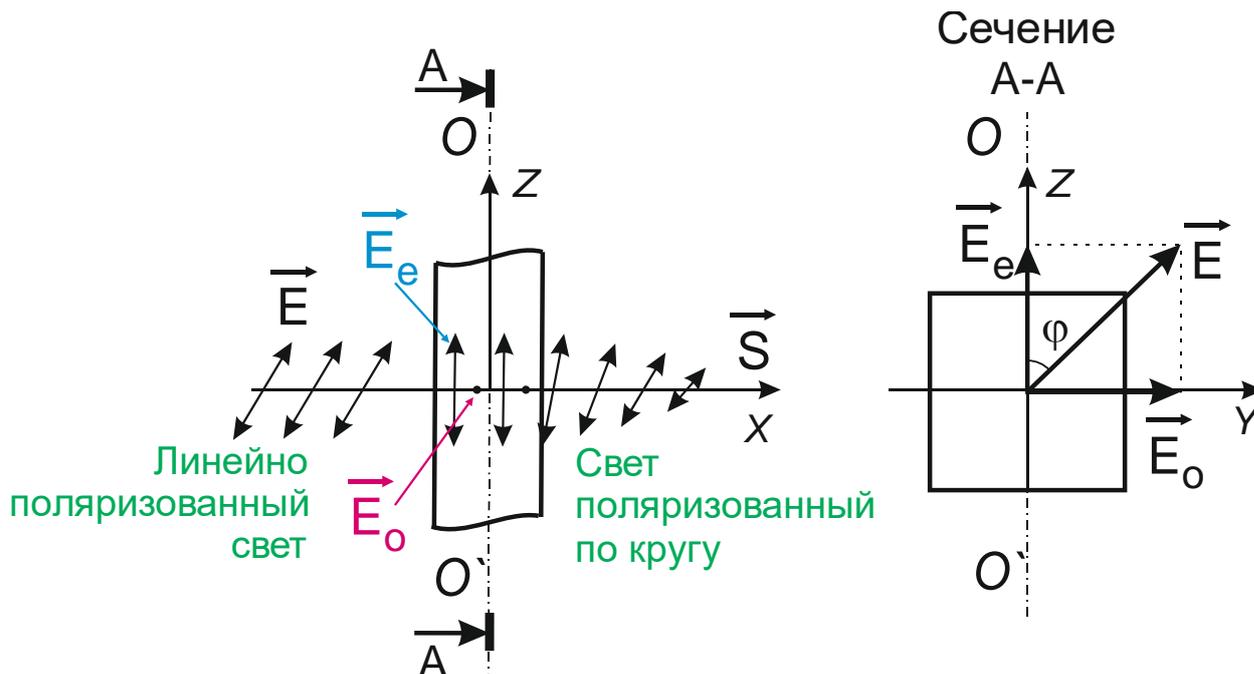


Рисунок 5.17
Прохождение света через линейную фазовую пластинку

Оба эти луча будут иметь *разные фазовые скорости* в следствии различных значений диэлектрической проницаемости для электрических колебаний в том и другом направлении (этот факт разбирался в ходе рассмотрения материала, связанного с двойным лучепреломлением). В итоге, если амплитуды колебаний вектора напряжённости в двух этих лучах равны и разность фаз достигнет $\frac{\pi}{2}$ на выходе мы будем иметь поляризованную по кругу волну. Это будет сложение двух линейно поляризованных волн с разностью фаз их колебаний, равной $\frac{\pi}{2}$ и этот факт подробно рассматривался в разделе, где вводилось понятие круговой поляризации. В общем же случае прошедший через такую пластинку линейно поляризованный луч приобретёт эллиптическую поляризацию.

Вернёмся к рассмотрению модели взаимодействия света с веществом. Но пусть теперь оптическая ось кристалла OO' (ось симметрии) параллельна поверхности, на которую падает луч. И пусть этот луч в данном случае поляризован – направление колебаний вектора \vec{E} в волне составляют угол $\frac{\pi}{2}$ с осью симметрии OO' . Для неполяризованного (естественного) света никаких интересных выводов здесь не получится.

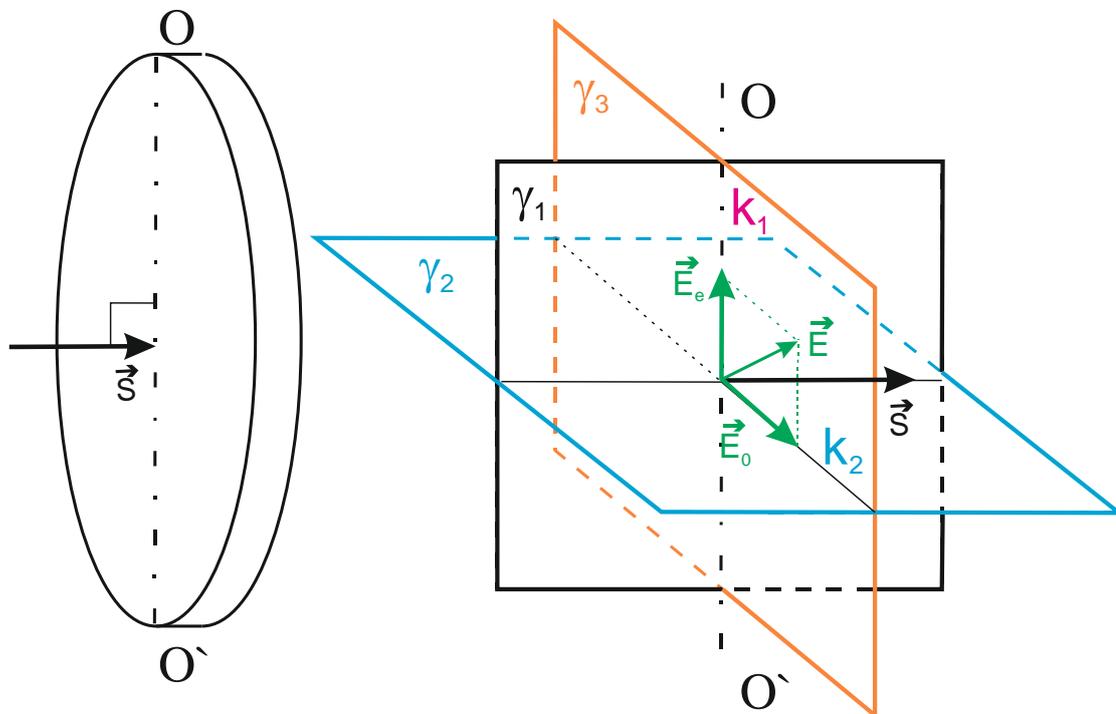


Рисунок 5.18

Модель взаимодействия поляризованного света с оптически анизотропным кристаллом в случае параллельности оси кристалла его поверхности

В этом случае оба луча, обыкновенный и необыкновенный, будут распространяться прямо, без эффекта преломления. И, таким образом, они будут двигаться параллельно друг другу, в одном и том же направлении. Однако по-прежнему фазовая скорость этих двух лучей будет различна. И к моменту выхода из кристалла, где этот эффект пропадёт, между ними уже появится некоторая разность хода, определяемая толщиной пластинки и разницей в фазовых скоростях. И, если этот сдвиг фаз достигнет $\pi/2$ (или будет равен $m\pi + \pi/2$, $m \in \mathbb{N}$), плоско поляризованная волна превратится в поляризованную по кругу.

Можно отметить, что эта модель чем-то сродни модели, с помощью которой Фарадей объяснил вращение плоскости поляризации (этот вопрос подробно будет рассмотрен чуть ниже). Только там, мы представляли линейно поляризованную волну, как сумму двух волн, поляризованных по кругу. И между ними при прохождении через среду набегала разность фаз. Здесь же мы представляем линейно поляризованную волну, как сумму двух так же линейно поляризованных волн, только в других, взаимно перпендикулярных плоскостях. И разность фаз набегает уже между ними.

Подобный эффект может наблюдаться и в не оптически активных кристаллах и жидкостях внесённых в электрическое или магнитное поле (поле должно быть направлено перпендикулярно ходу луча). В этом случае эффект вызывается изменением свойств молекул (длины связей и, как следствие, диэлектрической проницаемости для соответствующих колебаний) в направлении поля. Это явление называется искусственной оптической анизотропией.

Данное явление используется, к примеру, в ячейке Керра (устройстве, основанном на эффекте Керра – возникновении искусственной оптической анизотропии в электрическом поле). Между поляризатором и анализатором, плоскости поляризации которых повернуты на 90° друг относительно друга, ставится прозрачная кювета, заполненная жидкостью в которую помещён электрический конденсатор (его пластины параллельны ходу луча). В исходном состоянии система не пропускает свет. При подаче на конденсатор

определённого напряжения за счёт возникновения эллиптической поляризации луч начинает частично пропускаться анализатором. Данная конструкция используется в различного рода оптических затворах.

5.8. Способы получения поляризованного света

1. Отражение от поверхности диэлектрика под углом Брюстера.
2. Использование эффекта двойного лучепреломления. К примеру, призма Николя – две призмы из оптически-активных кристаллов (с эффектом двойного лучепреломления), склеенные таким образом, что обыкновенный луч выходит через боковую грань призмы:

?

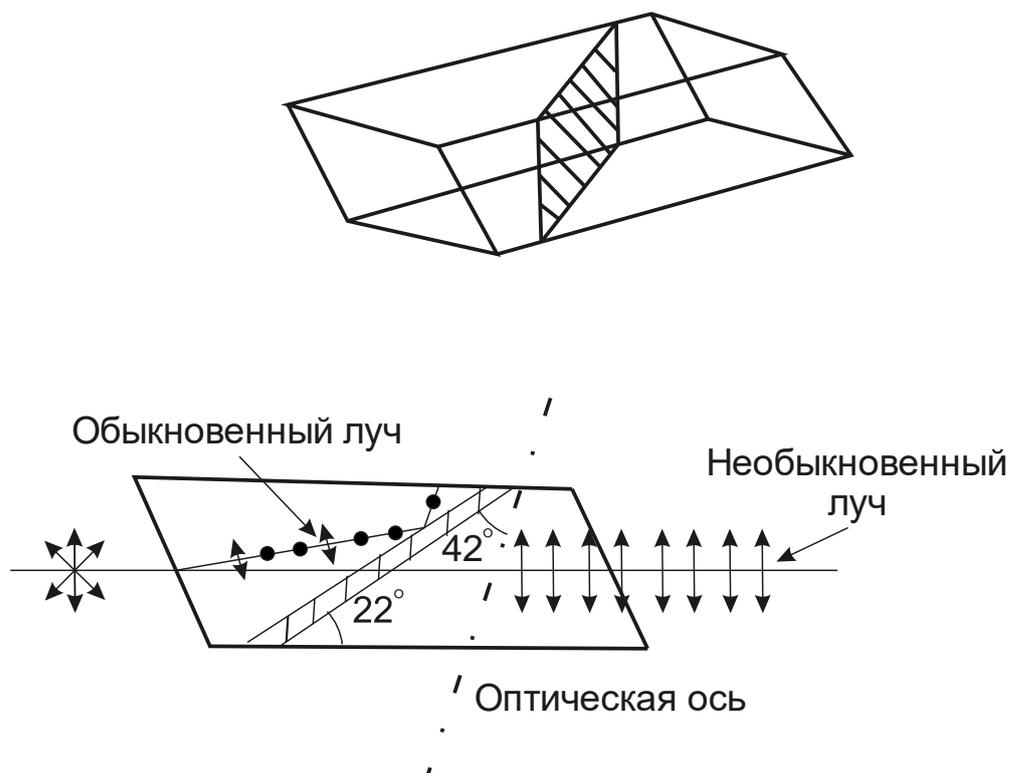


Рисунок 5.19
Призма Николя

3. Использование особых кристаллов – поляроидов. К примеру, пластинка турмалина. Она обладает свойством двойного лучепреломления, причём обыкновенный луч поглощается в ней на толщине в доли миллиметра.

5.9. Вращение плоскости поляризации

При прохождении линейно поляризованного света через оптически-активные кристаллы, жидкости (*оптические изомеры и растворы оптических изомеров*), либо через не оптически активные жидкости (скажем, через воду), но в присутствии магнитного поля, может наблюдаться явление вращения плоскости поляризации. Плоскость поляризации луча, вышедшего активной среды, оказывается повернутой, относительно её исходного положения. Причём угол поворота оказывается пропорционален расстоянию, пройденному лучом в среде.

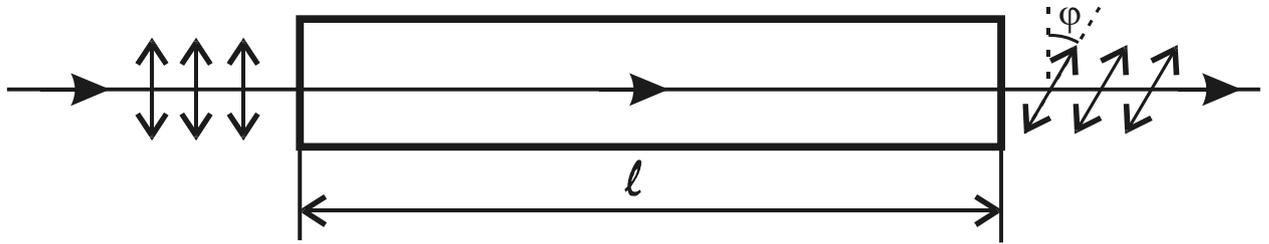


Рисунок 5.20
Вращение плоскости поляризации

Для кристаллических веществ:

$$\varphi = \alpha l, \quad (5.13)$$

где α – постоянная вращения,

l – пройденный путь.

Для растворов:

$$\varphi = [\alpha] cl, \quad (5.14)$$

где $[\alpha]$ – удельная постоянная вращения,

l – пройденный путь.

Для магнитного поля:

$$\varphi = klH, \quad (5.15)$$

где k – постоянная Верде,

l – пройденный путь,

H – напряженность магнитного поля.

Обратите внимание на то, что постоянная Верде является размерной величиной.

Объяснение этому явлению дал *Фарадей*. Для этого надо представить линейно поляризованный свет, как сумму двух лучей, поляризованных по кругу. В активной среде фазовая скорость луча, поляризованного по правому и левому кругу, будет различна. Как следствие, различная длина волны у того и другого луча. Для поляризованного по кругу луча длина волны означает то расстояние, на котором вектор напряжённости электрического поля делает полный оборот. Таким образом, получается, что, *когда в одном луче вектор \vec{E} уже сделал полный оборот, во втором он ещё не пришёл в исходное положение*. Как следствие, сумма этих векторов уже не будет лежать в прежней плоскости:

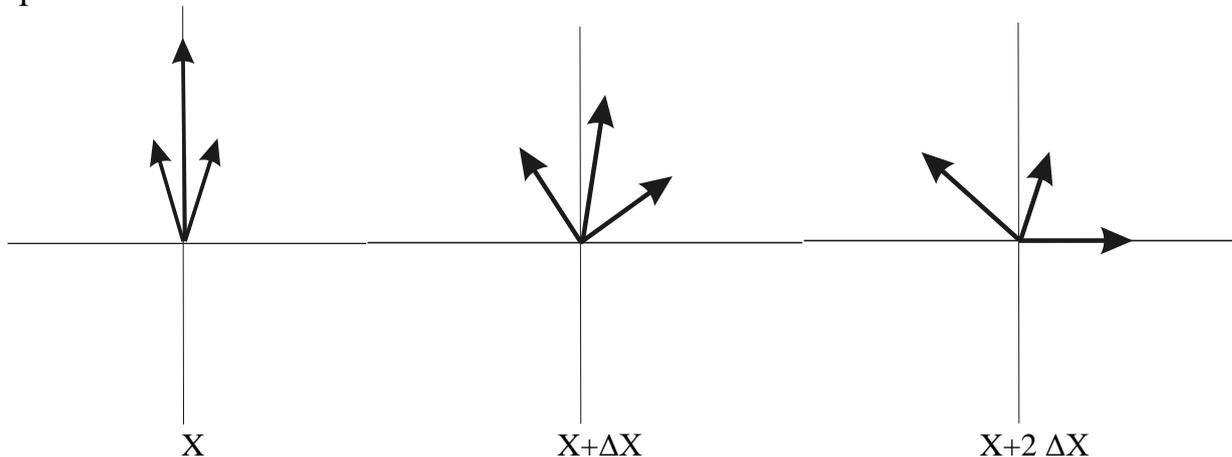


Рисунок 5.21

Идея поворота плоскости поляризации

Поворот суммарного вектора \vec{E}_{Rez} при различных фазовых скоростях двух поляризованных по кругу волн, суммой которых он является.

Ось X направлена по вектору Поинтинга \vec{S} (от нас, по ходу луча)

В итоге, на выходе из активной среды плоскость поляризации повернётся относительно исходного положения.

Отметим, что в каждой точке в отдельности колебания вектора \vec{E}_{Rez} будут по-прежнему оставаться в одной плоскости и достигать тех же амплитудных значений (как было рассмотрено в начале параграфа). Ведь частота вращения (соответственно, и период вращения) \vec{E}_1 и \vec{E}_2 останутся теми же прежними. Результирующий вектор будет проворачиваться относительно исходной плоскости своих колебаний лишь при движении по ходу луча, т.к. с изменением фазовой скорости изменится и длина волны. А, следовательно, один из векторов будет «полностью проворачиваться» на более коротком расстоянии, чем другой.

Замечание. Отдельно отметим, что если в случаи двойного лучепреломления, прохождения света через линейные фазовые пластинки и искусственной оптической анизотропии луч двигался *не параллельно* оптической оси (в этом случае эффект не наблюдался бы), то в данном случае свет должен двигаться именно параллельно оптической оси. Так в случае искусственной анизотропии электрическое или магнитное поле должны быть

направлены перпендикулярно направлению луча, то для вращения плоскости поляризации поле должно быть направлено параллельно лучу. В лабораторной работе соленоид намотан на заполненную водой трубку, по которой проходит поляризованный свет.

6. Взаимодействие света с веществом

6.1. Поглощение света

Закон Бугера-Ламберта-Бера. При прохождении через вещество электромагнитная волна взаимодействует с атомами и молекулами вещества. При этом происходит поглощение электромагнитной волны атомами с последовательным ее излучением. При этом часть энергии волны переходит в тепло. Энергия света уменьшается – это явление называется поглощением света. Явление описывается *законом Бугера*:

$$I = I_0 e^{-\chi l}, \quad (6.1)$$

где I_0 – исходная интенсивность света,

I – интенсивность света, прошедшего через слой вещества толщиной l (проникшего в вещество на глубину l),

χ – коэффициент поглощения.

На глубину x :

1) проникнет
$$I = I_0 e^{-\chi x}, \quad (6.2)$$

2) поглотится
$$I_0 - I = I_0 (1 - e^{-\chi x}). \quad (6.3)$$

6.2. Светорассеивание

При переизлучении атомами электромагнитной волны в ходе взаимодействия света с веществом это переизлучение происходит *во всех направлениях*. Однако можно доказать (используя хотя бы принцип Гюйгенса-Френеля), что итоговый волновой фронт будет распространяться в том же направлении, т.е. ход луча сохранит прямолинейный характер. Однако, поскольку в веществе присутствуют микронеоднородности, происходит дифракция переизлученной волны на этих неоднородностях. При этом часть световой волны отклоняется от линейного направления распространения (часть света начинает распространяться во все стороны). Это явление называется светорассеиванием, а среда, вызывающая это рассеивание, называется мутной средой.

Замечание. В данном разделе мы будем считать, что светорассеивание не меняет частоту или длину волны света. Здесь мы будем рассматривать именно те виды рассеяния, которые являются следствием дифракции света на неоднородностях среды (*и, в частности, Рэлеевское рассеяние – см. ниже*). Стоксово и антистоксово рассеяние, относящиеся к так называемому комбинационному рассеянию, мы вместе с люминесценцией будем рассматривать в разделе «Физика микромира» – «Физика атомов и молекул». Только там мы сможем объяснить эти явления.

Это явление описывается законом, аналогичным закону Бугера:

$$I = I_0 e^{-\chi' l}, \quad (6.4)$$

где

χ' – коэффициент экстинкции.

Обобщенный закон:

$$I = I_0 e^{-(\chi + \chi')l} \quad (6.5)$$

6.2.1. Рэлеевское рассеивание

Рассеивание на частицах, соизмеримых с длиной волны, называется *рэлеевским*.

Рэлей показал, что:

$$I' \sim \omega^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}, \quad (6.6)$$

где

I' – интенсивность рассеянного света.

Мы не будем приводить подробный вывод этой формулы, лишь поясним её происхождение. Для получения этой зависимости используется та же модель, что была нами применена в элементарной (электронной) теории дисперсии. Электроны – это гармонические осцилляторы, заряженные шарики, подвешенные в кристалле на пружинках. Следуя тем же самым рассуждениям, мы получаем формулу (4.7) – зависимости дипольного момента молекулы от собственной (резонансной) частоты колебаний, массы, заряда и вектора напряжённости электрического поля в электромагнитной волне. Точнее, здесь нам даже не надо рассматривать систему с несколькими значениями собственной частоты, достаточно только одной:

$$\bar{p} = \frac{e^2/m_e}{\omega_0^2 - \omega^2} \bar{E}(t) = \frac{e^2/m_e}{\omega_0^2 - \omega^2} \bar{E}_0 \cos(\omega t)$$

Рэлей предположил, что рассеянное излучение будет определяться собственным излучением диполя в процессе его вынужденных колебаний. Средняя мощность излучения такого диполя будет пропорциональна квадрату дипольного момента и квадрату ускорения, с которым движется заряд. Причём ускорения при гармонических колебаниях пропорционально квадрату частоты колебания:

$$a = \frac{d^2 (A \cos(\omega t + \varphi_0))}{dt^2} = -a\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Тогда квадрат ускорения пропорционален 4-ой степени частоты (частоты колебаний диполя и, следовательно, 4-й степени частоты электромагнитной волны) и обратно пропорционален 4-ой степени длины волны:

$$a^2 = A^2 \omega^4 \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

Или для среднего значения ускорения

$$\langle a^2 \rangle = \frac{1}{2} A^2 \omega^4 = \frac{8(\pi c)^4 A^2}{2\lambda^4}$$

Полное же выражение интенсивности рассеянного света в случае Рэлеевского рассеяния, с учётом дипольного момента и его связи с показателем преломления среды (см. Электромагнитная или элементарная теория дисперсия

), будет иметь вид:

$$I' = \frac{24\pi^3}{N\lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2 \langle |\vec{S}| \rangle$$

Замечание. Т.е. сине-фиолетовая (высоочастотная) область света будет рассеиваться больше, чем красная область света. Этим объясняется **голубой цвет неба** (небо светится рассеянным светом, в нём преобладают высокочастотные составляющие) и **красный (алый) цвет Солнца на закате** – за счёт большего рассеяния высокочастотных составляющих солнечного спектра (расстояние, пройденное лучом через атмосферу по касательной больше, нежели по нормали к поверхности земли), цвет Солнца смещается в красную область.

6.2.2. Поляризация рассеянного света

Покажем, что рассеянный свет будет частично поляризован в случае распространения в произвольном направлении и полностью линейнополяризован в случае, если рассеянный свет распространяется перпендикулярно исходному направлению. Объяснение этому явлению абсолютно аналогично нашему [объяснению закона Брюстера](#).

Напомним суть. Пусть рассеянное излучение – есть переизлучённая атомами вторичная волна. Рассматривая колебания электронов в атомах, как гармонические осцилляторы. В этом случае для рассеянного под прямым углом луча колебания исходного луча в плоскости, в которой лежат проходящий и рассеянный луч, будут параллельны направлению рассеянного луча. Поэтому в этот луч они не попадут вообще. При распространении рассеянного луча в произвольном направлении из этой составляющей пойдёт только проекция колебаний на плоскость, перпендикулярную направлению распространения рассеянного луча (Рисунок 6.1).

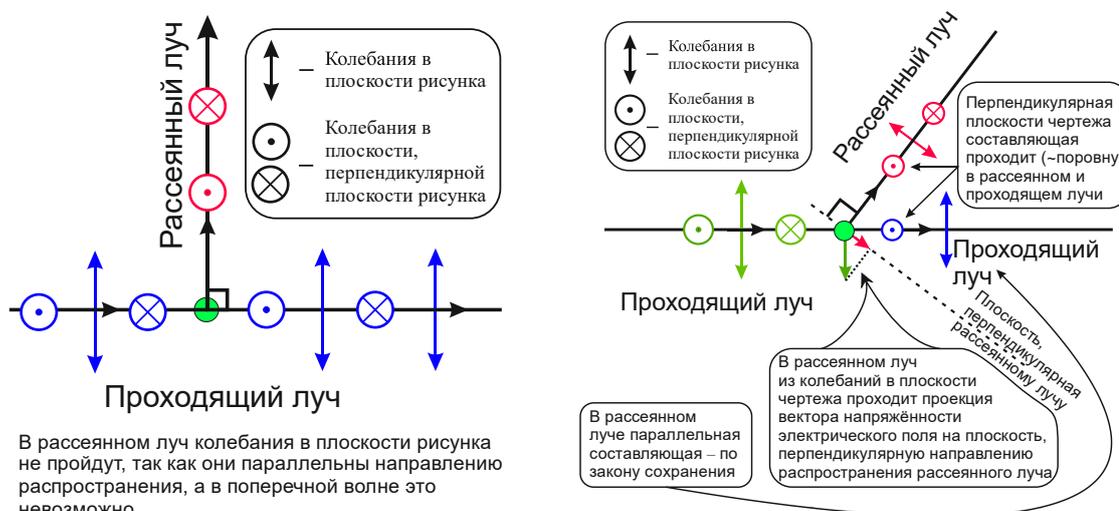


Рисунок 6.1
Поляризация рассеянного света

Литература

Основная литература

1.
 - a. [Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-ти т. Том 4. Оптика — М,СПб: Лань, 2011.](#)
 - b. [Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. Том 2. Электричество и магнетизм, волны, оптика. — М,СПб: Лань, ~2011](#)
2. [Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы. — М, СПб: Физматлит, Невский диалект, 2014.](#)

Дополнительная литература

3. [Сивухин Д.В. Общий курс физики. Учебное пособие в 5-и томах. Т. 4. Оптика. — М: ..., 1980.](#)

Осташев Владимир Борисович

Учёная степень: кандидат технических наук

Учёное звание: доцент

Должность: доцент кафедры общей физики СПбГТИ(ТУ)

Личный сайт:

<http://ostashevvb.spb.ru>



Вкладки:

«*В помощь детям*» – конспекты лекций, методические материалы,
вопросы к экзамену

«*О себе*» – контактная информация

[Вернуться к содержанию...](#)

Кафедра общей физики

Оптика –
Конспект лекций

Владимир Борисович Осташев

Отпечатано с оригинал-макета Формат 60×90 $\frac{1}{16}$

Печатных листов __, __ Тираж __ экз.

Государственное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)
(СПбГТИ (ТУ))

190013, Санкт-Петербург, Московский пр., 26
Отпечатано в типографии _____, т. +7- _____

цена 0 руб. 00 коп.